

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề gồm có 01 trang)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ HỌC SINH (7 điểm)

Câu 1. (1 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

$$y = f(x) = 4\sin^2 x + 4\sin x - 8$$

Câu 2: (2 điểm). Giải các phương trình.

a/ $4\cos^4 x - 17\cos^2 x + 4 = 0$

b/ $1 + \sin \frac{x}{2} \sin x - \cos \frac{x}{2} \sin^2 x = 2\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$

Câu 3. (1 điểm). Từ 8 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Có thể thành lập bao nhiêu số tự nhiên gồm sáu chữ số đôi một khác nhau và chữ số 0 đứng cạnh chữ số 1

Câu 4. (2 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi H, M, K lần lượt là trung điểm của SA, BC, CD

a/ Tìm giao điểm của SB, SD với mặt phẳng (HMK)

b/ Chứng minh SC song song mặt phẳng (HBD)

Câu 5 (1 điểm). Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Tìm ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v} = (-1; 2)$

II. PHẦN RIÊNG

A. Chương trình cơ bản (Lớp 11V) (3 điểm)

Câu 5A. (1 điểm). Giải phương trình: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$

Câu 6A. (2 điểm). Tìm số hạng không chứa x trong khai triển: $\left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right)^n$.

Biết: $C_n^0 - 2C_n^1 + A_n^2 = 109$

B. Theo chương trình nâng cao (Lớp 11TH, 11H, 11L, 11SV, 11AV) (3 điểm)

Câu 5B. (1 điểm). Giải phương trình: $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 3x\right) + \sqrt{3} \sin(\pi - 3x) = 1$

Câu 6B. (2 điểm). Tìm hệ số của x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2} \right)^n$. Biết $C_n^n + C_n^{n-1} + \frac{1}{2} A_n^2 = 821$

C. Theo chương trình chuyên (Lớp 11T)

Câu 5C. (1,5 điểm). Giải phương trình: $\cos^2 x - \sin x \cos 4x - \cos^2 4x = \frac{1}{4}$

Câu 6C. (1,5 điểm).

Chứng minh: $(C_{50}^0)^2 + (C_{50}^1)^2 + (C_{50}^2)^2 + \dots + (C_{50}^{48})^2 + (C_{50}^{49})^2 + (C_{50}^{50})^2 = C_{100}^{50}$

Hết

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI HỌC KỲ I KHỐI 11

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ HỌC SINH (7 điểm)

Câu 1. (1 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4 \sin^2 x + 4 \sin x - 8$

$$f(x) = (2 \sin x + 1)^2 - 9 \quad (0,25)$$

Vì: $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên $-1 \leq 2 \sin x + 1 \leq 3$ hay $0 \leq (2 \sin x + 1)^2 \leq 9$

$$\text{suy ra } -9 \leq (2 \sin x + 1)^2 - 9 \leq 0 \quad (0,25)$$

$$\text{Max} f(x) = 0 \text{ khi } x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ (chỉ ra một giá trị của } x \text{ cũng được) } \quad (0,25)$$

$$\text{min } f(x) = -9 \text{ khi } x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \vee x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \text{ (chỉ ra một giá trị của } x \text{ cũng được)}$$

(0,25)

Câu 2: (2 điểm). Giải các phương trình.

$$\text{a/ } 4 \cos^4 x - 17 \cos^2 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 x = \frac{1}{4} & (0,5) \\ \cos^2 x = 4 & (\text{vn}) \end{cases}$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (0,5)$$

$$\text{b/ } 1 + \sin \frac{x}{2} \sin x - \cos \frac{x}{2} \sin^2 x = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow 1 + \sin \frac{x}{2} \sin x - \cos \frac{x}{2} \sin^2 x = 1 + \sin x \quad (0,25)$$

$$\Leftrightarrow \sin x \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \sin x - 1 \right) = 0 \quad (0,25)$$

$$\Leftrightarrow \sin x \left(\sin \frac{x}{2} - 1 \right) \left(2 \sin^2 \frac{x}{2} - 2 \sin \frac{x}{2} + 1 \right) = 0 \quad (0,25)$$

$$x = k\pi \quad (0,25)$$

Câu 3. (1 điểm). Từ 8 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Có thể thành lập bao nhiêu số tự nhiên gồm sáu chữ số đôi một khác nhau và chữ số 0 đứng cạnh chữ số 1

Xem 0,1 và 1,0 là một số $(0,25)$

Trường hợp 1. Số 1 đứng trước số 0, có: A_7^5 số $(0,25)$

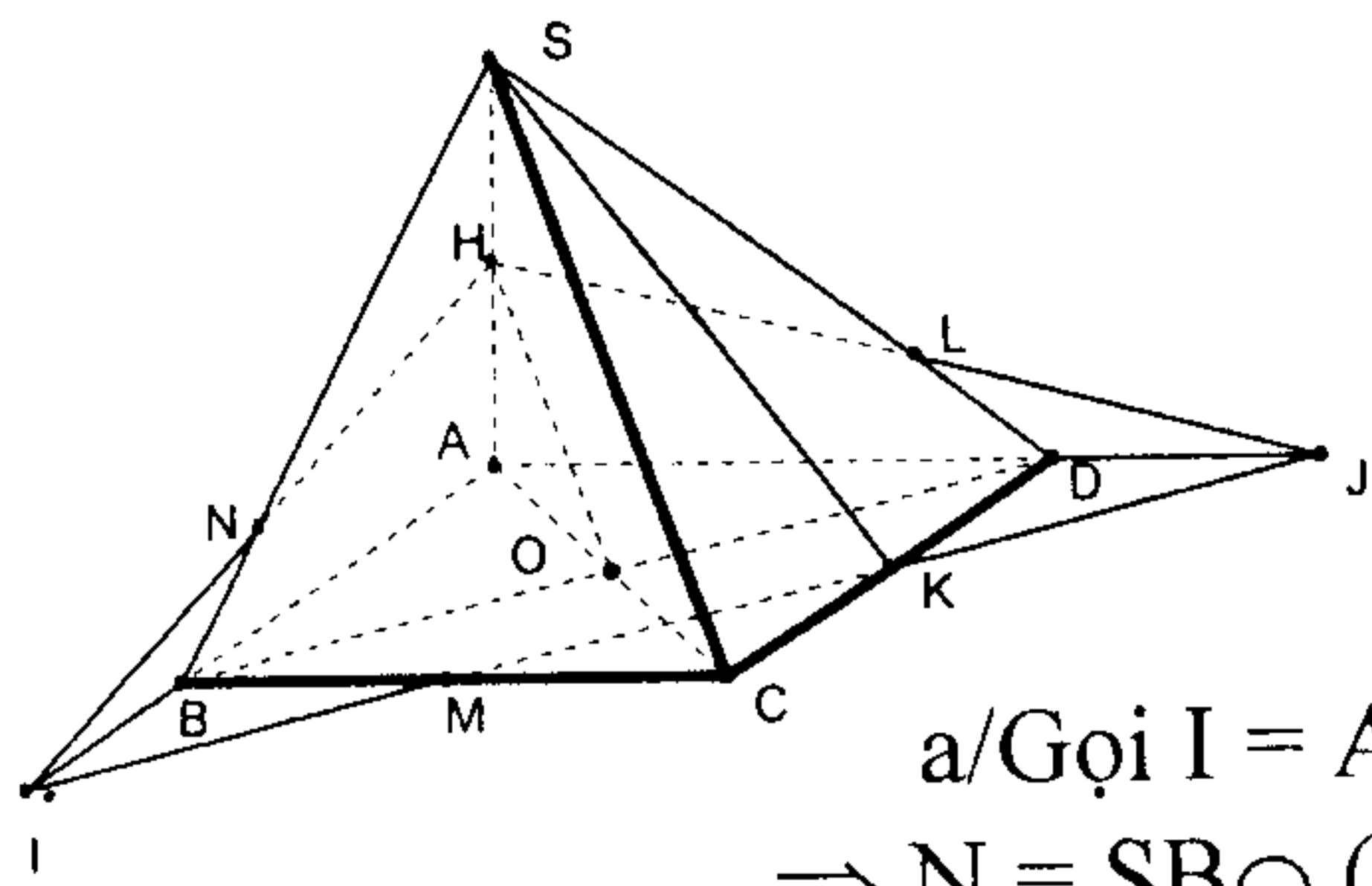
Trường hợp 2. Số 0 đứng trước số 1, có: $6A_6^5$ số $(0,25)$

Vậy có $A_7^5 + 6A_6^5 = 6840$ $(0,25)$

Câu 4. (2 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi H, M, K lần lượt là trung điểm của SA, BC, CD

a/ Tìm giao điểm của SB, SD với mặt phẳng (HMK)

b/ Chứng minh SC song song mặt phẳng (HBD)



a/Gọi $I = AB \cap MK$, trong mp(SAB) gọi $N = HI \cap SB$
 $\Rightarrow N = SB \cap (HMK)$ (0,5)

Gọi $J = AD \cap MK$, trong mp(SAD) gọi $L = HJ \cap SD \Rightarrow L = SD \cap (HMK)$ (0,5)

b/Gọi $O = AC \cap BD$

HO là đường trung bình của tam giác SAC (0,5)

SC // HO

HO \subset (SBD) nên SC // (SBD) (0,5)

Câu 5 (1 điểm). Cho (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Tìm ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v} = (-1; 2)$

(C) viết lại $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$; (C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$ (0,25)

Phép tịnh tiến biến đường tròn (C) thành đường tròn (C') có bán kính $R' = R = 3$ (0,25)

Gọi $I'(x; y)$ là tâm của (C') , ta có $\overrightarrow{II'} = \vec{v}$ hay: $\begin{cases} x-1 = -1 \\ y+2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ (0,25)

Phương trình (C') : $x^2 + y^2 = 9$ (0,25)

II. PHẦN RIÊNG

A. Chương trình cơ bản (Lớp 11V) (3 điểm)

Câu 5A. (1 điểm). Giải phương trình: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \Leftrightarrow \sin x \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \quad (0,5)$$

$$x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (0,5)$$

Câu 6A. (2 điểm). Tìm số hạng không chứa x trong khai triển: $\left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right)^n$.

$$\text{Biết: } C_n^0 - 2C_n^1 + A_n^2 = 109$$

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}^*$ và $n \geq 2$ (0,25)

$$C_n^0 - 2C_n^1 + A_n^2 = 109 \Leftrightarrow 1 - 2n + n(n-1) = 109 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 108 = 0 \quad (0,5)$$

$$\Leftrightarrow n = 12 \vee n = -9 \quad (1) \quad (0,25)$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{1}{x^4}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \frac{x^{24-2k}}{x^{4k}} \quad (0,5)$$

Không chứa x khi: $k = 6$, số hạng cần tìm $C_{12}^6 = 924$ (0,5)

B. Theo chương trình nâng cao (Lớp 11TH, 11H, 11L, 11SV, 11AV) (3 điểm)

Câu 5B. (1 điểm). Giải phương trình: $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 3x\right) + \sqrt{3} \sin(\pi - 3x) = 1$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + 3x\right) + \sqrt{3} \sin(\pi - 3x) = 1 \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x = 1 \quad (0,25)$$

$$\Leftrightarrow \sin 3x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cos 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \quad (0,25)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k \frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{9} + k \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (0,5)$$

Câu 6B. (2 điểm). Tìm hệ số của x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n$.

Biết $C_n^n + C_n^{n-1} + \frac{1}{2} A_n^2 = 821$

Điều kiện: $n \in N^*$ và $n \geq 2$ (0,25)

$$C_n^n + C_n^{n-1} + \frac{1}{2} A_n^2 = 821 \Leftrightarrow 1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = 821 \Leftrightarrow n^2 + n - 1640 = 0 \quad (0,5)$$

$$\Leftrightarrow n = 40 \vee n = -41 \text{ (l)} \quad (0,25)$$

$$\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k (x)^{40-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k \frac{x^{40-k}}{x^{2k}} \quad (0,5)$$

Theo giả thiết tìm được $k = 3$. Hệ số của x^{31} là $C_{40}^3 = 9880$ (0,25)

C. Theo chương trình chuyên (Lớp 11T)

Câu 5C. (1,5 điểm). Giải phương trình: $\cos^2 x - \sin x \cos 4x - \cos^2 4x = \frac{1}{4}$

$$\cos^2 x - \sin x \cos 4x - \cos^2 4x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1 + \cos 2x - \sin 5x + \sin 3x - 1 - \cos 8x = \frac{1}{2} \quad (0,25)$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos 2x - 2 \sin 5x + 2 \sin 3x - 2 \cos 8x - 1 = 0 \quad (0,25)$$

$$\Leftrightarrow 2(\cos 8x - \cos 2x) + 2 \sin 5x - 2 \sin 3x + 1 = 0 \quad (0,25)$$

$$\Leftrightarrow -4 \sin 5x \sin 3x + 2 \sin 5x + 1 - 2 \sin 3x = 0 \quad (0,25)$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin 5x(1 - 2 \sin 3x) + 1 - 2 \sin 3x = 0 \Leftrightarrow (1 - 2 \sin 3x)(2 \sin 5x - 1) = 0 \quad (0,25)$$

Nghiệm phương trình đã cho:

$$\frac{\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3}; \frac{7\pi}{30} + k \frac{2\pi}{5}; -\frac{\pi}{30} + k \frac{2\pi}{5}; \frac{5\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3} \quad (0,25)$$

Câu 6C. (1,5 điểm). Chứng minh: $(C_{50}^0)^2 + (C_{50}^1)^2 + (C_{50}^2)^2 + \dots + (C_{50}^{48})^2 + (C_{50}^{49})^2 + (C_{50}^{50})^2 = C_{100}^{50}$

Ta có: $(1+x)^{100} = (1+x)^{50}(x+1)^{50}$ (0,25)

Trong khai triển nhị thức Nêu-Ton của $(1+x)^{100}$. Hệ số của x^{50} là C_{100}^{50} (1) (0,25)

$$(1+x)^{50} = C_{50}^0 + C_{50}^1 x + C_{50}^2 x^2 + \dots + C_{50}^{48} x^{48} + C_{50}^{49} x^{49} + C_{50}^{50} x^{50} \quad (0,25)$$

$$\text{và } (x+1)^{50} = C_{50}^0 x^{50} + C_{50}^1 x^{49} + C_{50}^2 x^{48} + \dots + C_{50}^{48} x^2 + C_{50}^{49} x^1 + C_{50}^{50} \quad (0,25)$$

Khai triển $(1+x)^{50}(x+1)^{50}$ có hệ số của x^{50} là:

$$(C_{50}^0)^2 + (C_{50}^1)^2 + (C_{50}^2)^2 + \dots + (C_{50}^{48})^2 + (C_{50}^{49})^2 + (C_{50}^{50})^2 \quad (2) \quad (0,25)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } (C_{50}^0)^2 + (C_{50}^1)^2 + (C_{50}^2)^2 + \dots + (C_{50}^{48})^2 + (C_{50}^{49})^2 + (C_{50}^{50})^2 = C_{100}^{50} \quad (0,25)$$