ក្បួនទី១វិធីដោះស្រាយ:
សមីការនិងវិសមីការមួយចំនួន

✴ **វិធីសាស្ត្រទី១:** ដោះស្រាយសមីការនិង វិសមីការមានតំលៃដាច់ខាត:

១. **និយមន័យ:** $\forall x \in \mathbf{IR}$ គេកំណត់ $|x|$ ជាតំលៃដាច់ខាតនៃ x ដែល:

$$|x| = \begin{cases} x \text{ if } x \geq 0 \\ -x \text{ if } x < 0 \end{cases}$$

២. **លក្ខណ:**

$a. |x| = 0 \Rightarrow x = 0$

$b. |x| = |-x|$

$c. |xy| = |x||y|$

$d. \dfrac{|x|}{|y|} = \left|\dfrac{x}{y}\right|$

$e.$ បើ $\alpha \geq 0$ និង $|x| < \alpha \Rightarrow -\alpha \leq x \leq \alpha$

$f.$ បើ x ជាចំនួនពិតនោះគេបាន: $-|x| \leq x \leq |x|$

$.|x+y| \leq |x| + |y|$

$.|x+y| \geq |x| - |y|$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:**

$a. |A| = |B| \Leftrightarrow A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = \pm B$

$b. |A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = \pm B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A = B \end{cases} V \begin{cases} A < 0 \\ A = -B \end{cases}$

$$c.|A|<B \Leftrightarrow \begin{cases} -B<A<B \\ B>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B>0 \\ A^2<B^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A\geq 0 \\ A<B \end{cases} V \begin{cases} A<0 \\ A>-B \end{cases}$$

$$d.|A|>B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A>B \\ A<-B \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} A\geq 0 \\ A>B \end{cases} V \begin{cases} A<0 \\ A<-B \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow B<0 \ V \begin{cases} B\geq 0 \\ A^2>B^2 \end{cases}$$

$$e.|A|>|B| \Leftrightarrow |A|^2>|B|^2$$

✯ **វិធីសាស្ត្រទី២:** សមីការរាង:

$$a\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+b\left(x+\frac{1}{x}\right)+c=0(*)$$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:***

តាង $t=x+\frac{1}{x} \Rightarrow t\leq -2 \ v \ t\geq 2, \ \forall x\neq 0$ នោះគេបាន(*):

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t\leq -2 v \ t\geq 2 \\ at^2+bt+c-2a=0 \end{cases}$$

រួចដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ជាការស្រេច ។

✯ **វិធីសាស្ត្រទី៣:** សមីការរាង:

$$a\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)+b\left(x-\frac{1}{x}\right)+c=0(*)$$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:***

តាង $t = x - \frac{1}{x}$ ដែល $t \in \mathbf{IR}, \forall x \neq 0$ គេបាន(*)ទៅជា:

$$at^2 + bt + c + 2a = 0$$

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៤:**សមីការរាង: $at^4 + bx^2 + c = 0 \left(a \neq 0 \right) \ (*)$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** តាង $t = x^2$; ដែល $t \geq 0$ នោះ $(*)$ ទៅជា:

$$at^2 + bt + c = 0 \quad (\text{ការេស្មូទង់})$$ ។

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៥:**.សមីការរាង:

$$\left(x + a \right)^4 + \left(x + b \right)^4 = k \ , \left(k \neq 0 \right) (*)$$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** តាង $t = x + \frac{a+b}{2} \Leftrightarrow x = t - \frac{a+b}{2}$

នោះគេបាន: $\left[\begin{array}{l} x + a = t + \frac{a-b}{2} \\ x + b = t - \frac{a-b}{2} \end{array} \right.$ ចំពោះ

$\alpha = \frac{a-b}{2}$ គេបានសមីការ:

$$t^4 + 12\alpha^2 + t^2 + 2\alpha^4 - k = 0$$

$$\Leftrightarrow t^4 + t^2 + \left(2\alpha^4 + 12\alpha^2 - k \right) = 0; \left(\alpha = \frac{a-b}{2} \right)$$

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៦:**.សមីការរាង:

$$\left(x - a \right)^4 + \left(x - b \right)^4 = k \ , \left(k \neq 0 \right) (*)$$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** តាង $t = x - \frac{a+b}{2}$ (**ធ្វើដូចវិធីសាស្ត្រ**5)

✳ **វិធីសាស្ត្រទី៧:**.សមីការរាង:

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = k, (*)$$

(សមីការឆ្លុះ)

ដែលក្នុងនោះ : $a+b = c+d, k \neq 0$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** តាង $t = (x+a)(x+b)$ រឺ

$t = x^2 + (a+b)x + e$ ដែល $e \in \mathbf{IR}$

ហើយ $t \geq -\frac{(a-b)^2}{4}$ នោះសមីការទៅជា:

$$t^2 + (cd - ab)t - k = 0$$

✳ **វិធីសាស្ត្រទី៨:** សមីការរាង:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 \pm bx + a = 0, (a \neq 0)(*)$$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:***

+ចំពោះ $x = 0$ មិនមែនជារឹសនៃសមីការ(*)

យើងចែកអង្គទាំងពីរនិង x^2 ដែល $x^2 \neq 0$ គេបាន:

$a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x \pm \frac{1}{x}\right) + c = 0$ យើងតាង:

$t = x \pm \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 \pm 2$

គេបានសមីការទៅជា:

$$at^2 + bt + c \pm 2a = 0$$

បើ $t = x + \frac{1}{x}$ គេបាន: $|t| \geq 2$

បើ $t = x - \frac{1}{x}$ គ្មានលក្ខខណ្ឌ t ។

✳ **<u>វិធីសាស្ត្រទី៩:</u>** សមីការរាង:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0 \text{ , } (*)$$

ចំពោះ: $\frac{e}{a} = \left(\frac{d}{b}\right)^2$

<u>ករណីពិសេសបើ:</u> $\begin{cases} e = a \\ b = \pm d \end{cases}$ គេបានសមីការទៅជា:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 \pm bx + a = 0$$

✍ ***<u>វិធីដោះស្រាយ:</u>*** ចែកអង្គទាំងពីរនិង $x^2 \neq 0$ នោះគេបាន:

$$a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x \pm \frac{1}{x}\right) + c = 0$$

តាង $t = x \pm \frac{1}{x}$ ដោះស្រាយដូចH ។

✳ **<u>វិធីសាស្ត្រទី១០:</u>**.សមីការរាង:

$$\frac{mx}{ax^2 + bx + c} + \frac{nx}{ax^2 + b'x + c} = k, \ (k \neq 0); (*)$$

✍ ***<u>វិធីដោះស្រាយ:</u>***

បើ $x=0$ មិនមែនជាឫសនៃសមីការទេ យើងចែកអង្គខាង

ឆ្វេងសមីការ(*)និង x :

$$\frac{m}{ax+\frac{c}{x}+b}+\frac{n}{ax+\frac{c}{x}+b'}=k$$ តាង $t=ax+\frac{c}{x}$ រកលក្ខខណ្ឌនៃ

t នោះសមីការទៅជា: $\frac{m}{t+b}+\frac{n}{t+b'}=k$ ។

✴ **វិធីសាស្ត្រទី១១:**.សមីការរាង:

$$\alpha(x+a)(x+b)+\beta(x+a)\sqrt{\frac{x+b}{x+a}}=k(*)$$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:**យើងតាង: $t=(x+a)\sqrt{\frac{x+b}{x+a}}$

រកលក្ខខណ្ឌនៃ x នោះគេបាន:

$$\Rightarrow t^2=(x+a)(x+b)$$ សមីការ(*)ទៅជា:

$$\alpha t^2+\beta t=k$$ ។

✴ **វិធីសាស្ត្រទី១២:**សមីការរាង:

$$\alpha\sqrt[n]{(a+x)^2}+\beta\sqrt[n]{a^2-x^2}+\alpha\sqrt[n]{(a-x)^2}=0(*)$$

(ដែល n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានសេស)

✍ **វិធីដោះស្រាយ:**

ឧបមា $\alpha\neq 0$ ចែកអង្គទាំងពីរនិង $\sqrt[n]{(a-x)^2}\neq 0$ នោះគេបាន:

$$\alpha\sqrt[n]{\left(\frac{a+x}{a-x}\right)^2}+\beta\sqrt[n]{\frac{a+x}{a-x}}+\alpha=0$$ នោះយើងត្រូវតាង

$t=\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ នោះគេបានសមីការ(*)ទៅជា: $\alpha t^2+\beta t+\alpha=0$ ។

✶ **<u>វិធីសាស្ត្រទី១៣:</u>** សមីការរាង:

$$ax^3+bx^2+cx+d=0\ (a\neq 0)\ (*)$$

✎ ***<u>វិធីដោះស្រាយ:</u>***

បើសមីការ(*)រាង:

$a+b+c+d=0$ នោះវាមានរឹស $x=1$

ប្រើវិធីចែកពហុធា:

ax^3+bx^2+cx+d និង $(x-1)$ នោះគេបាន:

Ax^2+Bx+C យើងសរសេរ:

$$ax^3+bx^2+cx+d=(x-1)\left(Ax^2+Bx+C\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\Rightarrow x=1(1)\\ Ax^2+Bx+C=0(2)\end{array}\right.$$

បើសមីការ(*)រាង: $a-b+c-d=0\Leftrightarrow a+c=b+d$

នោះសមីការមានរឹស $x=-1$

ចែកពហុធាដូច(L)គេបាន:

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \Rightarrow x=-1 (1) \\ Ax^2+Bx+C=0 (2) \end{array}\right.$$

បើមិនចូលរាងពិសេសខាងលើនោះយើងជំនួស $x=\alpha$ ក្នុងស
មីការមានរឹសផ្ទៀងផ្ទាត់នោះ α ជារឹស ។

ចែកពហុធាដូច(L និងM)គេបានៈ

$$ax^3+bx^2+cx+d=(x-\alpha)\left(Ax^2+Bx+C\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-\alpha=0 \Rightarrow x=\alpha (1) \\ Ax^2+Bx+C=0 (2) \end{array}\right.$$

<u>យើងអាចប្រើវិធីដាក់កត្តាៈ</u>

$$ax^3+bx^2+cx+d=(px+q)\left(Ax^2+Bx+C\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} px+q=0 (1) \\ Ax^2+Bx+C=0 (2) \end{array}\right.$$

✵ **<u>វិធីសាស្ត្រទី១៤</u>**ៈសមីការអសនិទានៈ

✍ **<u>វិធីដោះស្រាយៈ</u>**

$$* \sqrt[2n]{f(x)}=g(x) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} g(x) \geq 0 \\ f(x)=\left[g(x)\right]^{2n} \end{array}\right.$$

$$* \sqrt[2n+1]{f(x)}=g(x) \Leftrightarrow f(x)=\left[g(x)\right]^{2n+1}$$

* $[f(x)]^{2n} = [g(x)]^{2n} \Leftrightarrow |f(x)| = |g(x)|$

* $[f(x)]^{2n+1} = [g(x)]^{2n+1} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

✴ **វិធីសាស្ត្រទី១៥:** សមីការមានរាង: $\frac{1}{1+a^2};\frac{2a}{1+a^2};\frac{1-a^2}{1+a^2};... \forall x \in IR$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:** យើងតាង: $a = \tan\alpha, \alpha \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$

✴ **វិធីសាស្ត្រទី១៦:** សមីការមានរាង: $x^2 + y^2 = a^2$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:** យើងតាង: $\begin{cases} x = a\cos t \\ y = a\sin t \end{cases}; -\pi \le t \le \pi$

+បើ $f(x) \le M, \forall x \in D \Leftrightarrow Max f \le M$

+បើ $f(x) \ge m, \forall x \in D \Leftrightarrow Min f \ge m$

ក្បួនទី២វិធីដោះស្រាយៈ
សមីការនិងវិសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

✴ **វិធីសាស្ត្រទី១:** សមីការរាង: $a^{f(x)} = a^{g(x)}; (a > 0, a \neq 0)$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** នោះគេបាន: $f(x) = g(x)$ រួចយើងដោះស្រាយ សមីការនេះជាការស្រេច។

✵ **វិធីសាស្ត្រទី២:** សមីការរាង: $\alpha a^{2f(x)}+\beta a^{f(x)}+\gamma=0$

$(a>0, a\neq 1, \alpha,\beta,\gamma\in IR)$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** យើងតាង: $t=a^{f(x)}>0$ នោះសមីការទៅជា:

$\alpha t^2+\beta t+\gamma=0$ រួចយើងដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ ។

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៣:** សមីការរាង:

$$\alpha a^{2f(x)}+\beta(ab)^{f(x)}+\gamma b^{2f(x)}=0$$

$$(a>0, a\neq 1, b>0, b\neq 1)$$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** យើងចែកអង្គទាំងពីរនិង $b^{2f(x)}$ នោះគេបាន:

$\alpha\left(\frac{a}{b}\right)^{2f(x)}+\beta\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)}+\gamma=0$ បន្ទាប់មកយើងតាង:

$t=\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)}, t>0$ នោះសមីការខាងលើទៅជា: $\alpha t^2+\beta t+\gamma=0$

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៤:** សមីការរាង: $a_1^{f(x)}+a_2^{f(x)}=\alpha$ ចំពោះ $a_1.a_2=1$

និង $a_1>0, a_2>0, a_1\neq 1; a_2\neq 1, \alpha\in IR^*_+$

✍ ***វិធីដោះស្រាយទី១:***

យើងតាង: $t=a_1^{f(x)}; t>0\left(t=a_2^{f(x)}>0\right)$ ដោយ

$a_1.a_2=1\Rightarrow a_2=\frac{1}{a_1}\Rightarrow a_2^{f(x)}=\frac{1}{a_1^{f(x)}}=\frac{1}{t}$ នោះសមីការទៅជា:

$t+\frac{1}{t}=\alpha\Rightarrow t^2-\alpha t+1=0$ រួចយើងដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ ។

✍ ***វិធីដោះស្រាយទី២:*** ចំពោះ $a_1^{f(x)}+a_2^{f(x)}=\alpha$ យើងតាង:

$u = a_1^{f(x)}$ និង $v = a_2^{f(x)}; u > 0, v > 0$ គេបាន: $\begin{cases} u + v = a \\ u.v = 1 \end{cases}$ រួចយើង

ដោះស្រាយរកតំលៃរបស់ u និង v ។

✳ **<u>វិធីសាស្ត្រទី៥:</u>** សមីការរាង: $a^x + b^x = c^x$

ដែល $a, b, c > 0; a, b, c \neq 1$ យើងកំនត់ចំណាំថា: $a^2 + b^2 = c^2$ (មានន័យ

ថា a, b, c ជារង្វាស់ជ្រុងរបស់ត្រីកោណកែងដែលមាន c ជាអ៊ីប៉ូតេនុស) ។

យើងចែកអង្គទាំងពីរនិង $c^x > 0$ គេបាន: $\left(\frac{a}{c}\right)^x + \left(\frac{b}{c}\right)^x = 1 (*)$

យើងសង្កេតឃើញថាសមីការមានរឹស: $x = 2$ ដោយហេតុថា:

$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = 1$ យើងនិងស្រាយថាសមីការមានរឹស $x = 2$ តែ

មួយគត់ ។

✎ ***<u>វិធីដោះស្រាយទី១:</u>*** យើងប្រើវិសមភាពមកដោះស្រាយដូចខាងក្រោម:

+**បើ** $x < 2$ នោះគេបាន:

$$+\begin{cases} \left(\frac{a}{c}\right)^x > \left(\frac{a}{c}\right)^2 \\ \left(\frac{b}{c}\right)^x > \left(\frac{b}{c}\right)^2 \end{cases}$$

$$\left(\frac{a}{c}\right)^x + \left(\frac{b}{c}\right)^x > 1 \Rightarrow x < 2$$

នោះ $x < 2$ មិនមែនជារឹសនៃសមីការទេ ។

+បើ $x > 2$ នោះគេបាន:

$$+\begin{cases}\left(\frac{a}{c}\right)^x < \left(\frac{a}{c}\right)^2 \\ \left(\frac{b}{c}\right)^x < \left(\frac{a}{c}\right)^2\end{cases}$$

$$\left(\frac{a}{c}\right)^x + \left(\frac{b}{c}\right)^x < 1 \Rightarrow x > 2$$

នោះ $x > 2$ មិនមែនជាឫសនៃសមីការទេ ។

យើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា: មានតែ $x = 2$ ប៉ុណ្ណោះជាឫស ។

✍ ***វិធីដោះស្រាយទី២:*** យើងនិងប្រើតាមលក្ខណៈនៃអនុគមន៍:

ដំបូងយើងតាង: $y = \left(\frac{a}{c}\right)^x + \left(\frac{b}{c}\right)^x$ ដែលយើងសង្កេតឃើញថា: y ជាអនុគមន៍ចុះដាច់ខាងព្រោះ: $0 < \frac{a}{c}; \frac{b}{c} < 1$ ក៏ប៉ុន្តែសមីការដើមគឺ:

$\left(\frac{a}{c}\right)^x + \left(\frac{b}{c}\right)^x = 1$ មានន័យថា: $y = 1$ ដែលជាអនុគមន៍ថេរ ។

តាមករណីទាំងពីរយើងសង្កេតឃើញថា:ខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ទាំងពីរកាត់គ្នាតែមួយគត់មានអាប់ស៊ីស $x = 2$ ។ ដូចនេះ $x = 2$ ជាឫសតែមួយគត់នៃសមីការ ។

✍ ***វិធីដោះស្រាយទី៣:*** ការប្រើអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រមកដោះស្រាយ:

យើងតាង: $\frac{a}{c}; \frac{b}{c}$ ដោយ $\sin\alpha$ និង $\cos\alpha$ នៃមុំណាមួយក៏បាន:

បើយើងតាង: $\sin a = \frac{a}{c} \Rightarrow \cos a = \frac{b}{c}$ ព្រោះ: $\cos^2 a = 1 - \sin^2 a$

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1 \Rightarrow \cos^2 a = 1 - \sin^2 a$$

$$\cos^2 a = 1 - \frac{a^2}{c^2} = \frac{c^2 - a^2}{c^2} = \frac{b^2}{c^2} \Rightarrow \cos a = \frac{b}{c}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (\sin a)^x + (\cos a)^x = 1 \\ (\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x = 2$$

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៦:** សមីការរាង $a^{f(x)} + a^{g(x)} = a^{h(x)} + 1 \left(a > 0; a \neq 1\right)$

✎ **វិធីដោះស្រាយ:** យើងតាង: $u = a^{f(x)}, u > 0$ និង $v = a^{g(x)}, v > 0$

$\Rightarrow u.v = a^{f(x)}.a^{g(x)} = a^{f(x)+g(x)} = a^{h(x)}$ ដូចនេះសមីការទៅជា:

$$u + v = uv + 1$$

$$\Leftrightarrow u + v - uv - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow u - 1 - v(u - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (u - 1)(1 - v) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u - 1 = 0 \\ 1 - v = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^{f(x)} = 1 \\ a^{g(x)} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$$

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៧:** សមីការរាង: $a^{f(x)} + a^{g(x)} = a^{h(x)} + 1 \left(a > 0; a \neq 0\right)$

ចំពោះ: $f(x) - g(x) = h(x)$

✎ **វិធីដោះស្រាយ:** យើងតាង: $u = a^{f(x)}, u > 0$ និង $v = a^{g(x)}, v > 0$

គេបាន: $\frac{u}{v} = \frac{a^{f(x)}}{a^{g(x)}} = a^{f(x)-g(x)} = a^{h(x)}$ ដូចនេះគេបានសមីការទៅជា:

$$u+v=\frac{u}{v}+1$$

$$\Leftrightarrow (u+v)-\left(\frac{u+v}{v}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow (u+v)\left(1-\frac{1}{v}\right)=0$$

$\Rightarrow 1-\frac{1}{v}=0$ ព្រោះ $(u+v>0)$

$$\Rightarrow v=1$$

$$\Leftrightarrow a^{g(x)}=1 \Rightarrow g(x)=0$$

✳ **វិធីសាស្ត្រទី៨:** សមីការរាង: $\left[A(x)\right]^{m(x)}=1$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** ចំពោះសមីការប្រភេទនេះយើងត្រូវធ្វើទៅលើពីរករណីជាការ ចាំបាច់:

ដំណោះស្រាយតាមការនិតៀន: ចំពោះករណីនេះយើងអាចសរសេរ:

$\begin{cases} A(x)=1 \\ m(x)\ \text{មានន័យ} \end{cases}$ ចំលើយ(១)

ដំណោះស្រាយសមីការអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល: តាមករណីនេះគេបាន:

$\begin{cases} A(x)>0 \\ A(x)\neq 0 \\ m(x)=0 \end{cases}$ ចំលើយ(2)

ចំលើយសរុបគឺចំលើយ: $(1)\cup(2)$ ។

✳ **វិធីសាស្ត្រទី៨:** សមីការរាង: $\left[a(x)\right]^{f(x)}=\left[a(x)\right]^{g(x)}$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** ចំពោះសមីការប្រភេទនេះគេបាន:

$$\begin{cases} a(x) > 0 \\ [a(x) - 1][f(x) - g(x)] = 0 \end{cases}$$

ចំពោះវិសមីការអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ចំពោះករណីទី១: ចំពោះ $a > 1$

✳ **វិធីសាស្ត្រទី១:** វិសមីការរាង: $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ បើ $a > 1$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** យើងអាចទាញបានថា: $f(x) > g(x)$

✳ **វិធីសាស្ត្រទី២:** វិសមីការរាង: $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$ បើ $a > 1$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** យើងទាញបានថា: $f(x) \geq g(x)$

ចំពោះករណីទី២: បើ $0 < a < 1$

✳ **វិធីសាស្ត្រទី៣:** វិសមីការរាង: $a^{f(x)} < a^{g(x)}$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** យើងទាញបាន: $f(x) > g(x)$

✳ **វិធីសាស្ត្រទី៤:** វិសមីការរាង: $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** យើងទាញបាន: $f(x) \geq g(x)$

✳ **វិធីសាស្ត្រទី៥:** បើ U ជាអនុគមន៍ដែលមានអញ្ញាតិណាមួយនោះចំពោះសមីការ ដែលមានរាង: $U(x)^{f(x)} > U(x)^{g(x)}$ គេបាន:

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** ចំពោះវិសមីការនេះយើងត្រូវដោះស្រាយតាមរបៀបខាងក្រោមនេះ:

$$\begin{cases} U > 0 \quad (1) \\ (U-1)\left[f(x)-g(x)\right] > 0 \quad (2) \end{cases}$$

ដូចនេះចំលើយរបស់វិសមីការគឺជាប្រសព្វរវាង: (1)និង(2) ។

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៦:** វិសមីការរាង: $U^{f(x)} \geq U^{g(x)}$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** ចំពោះវិសមីការនេះយើងត្រូវដោះស្រាយតាមរបៀបខាងក្រោមនេះ:

$$\begin{cases} U > 0 \quad (1) \\ (U-1)\left[f(x)-g(x)\right] \geq 0 \quad (2) \end{cases}$$

ដូចនេះចំលើយរបស់វិសមីការគឺជាប្រសព្វរវាង: (1)និង(2) ។

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៧:** វិសមីការរាង: $U(x)^{f(x)} < 1$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:** ចំពោះវិសមីការនេះយើងត្រូវដោះស្រាយតាមរបៀបខាងក្រោមនេះ:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} U-1>0 \\ f(x)<0 \end{cases} \quad (I) \\ \begin{cases} U>0 \\ U-1<0 \\ f(x)>0 \end{cases} \quad (II) \end{array}\right.$$

ដូចនេះចំលើយនៃវិសមីការគឺជាប្រជុំរវាង: $(I) \cup (II)$ ។

ក្បួនទី៤ចំពោះសមីការនិងវិសមីការលោការីត

ចំពោះសមីការលោការីត

✳ **វិធីសាស្ត្រទី១:** សមីការរាង: $\lg_a f(x) = g(x)$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** ចំពោះសមីការនេះវិធីដោះស្រាយត្រូវធ្វើដូចខាងក្រោម:

$$\begin{cases} a > 0; a \neq 1 \\ f(x) > 0 \\ f(x) = a^{g(x)} \end{cases}$$

✳ **វិធីសាស្ត្រទី២:** សមីការរាង: $\lg_a f(x) = \lg_a g(x)$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** ចំពោះសមីការនេះវិធីសាស្ត្រត្រូវធ្វើដូចខាងក្រោម:

$$\begin{cases} a > 0; a \neq 1 \\ f(x) > 0; g(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

ចំពោះវិសមីការលោការីត

✳ **វិធីសាស្ត្រទី១:** វិសមីការរាង: $\lg_a f(x) \geq \lg_a g(x)$ ចំពោះ: $a > 1$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** ចំពោះវិសមីការនេះវិធីដោះស្រាយត្រូវធ្វើដូចខាងក្រោម:

$$\begin{cases} a > 1 \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) \geq g(x) \end{cases}$$

✱ **វិធីសាស្ត្រទី២:** វិសមីការរាង: $\lg_a f(x) \geq \lg_a g(x)$ ចំពោះ $0 < a < 1$

✎ ***វិធីដោះស្រាយ:*** ចំពោះវិសមីការនេះវិធីដោះស្រាយត្រូវធ្វើដូចខាងក្រោម:

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) \leq g(x) \end{cases}$$

✱ **វិធីសាស្ត្រទី៣:** វិសមីការរាង: $\lg_{g(x)} f(x) > \lg_{g(x)} h(x)$

✎ ***វិធីដោះស្រាយ:*** ចំពោះវិសមីការនេះវិធីដោះស្រាយត្រូវធ្វើដូចខាងក្រោម:

$$\begin{cases} g(x) > 0; g(x) \neq 1 \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ \left[g(x) - 1\right]\left[f(x) - h(x)\right] > 0 \end{cases}$$

✱ **វិធីសាស្ត្រទី៤:** វិសមីការរាង: $\lg_{g(x)} f(x) < \lg_{g(x)} h(x)$

✎ ***វិធីដោះស្រាយ:*** ចំពោះវិសមីការនេះវិធីដោះស្រាយត្រូវធ្វើដូចខាងក្រោម:

$$\begin{cases} g(x) > 0; g(x) \neq 1 \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ \left[g(x) - 1\right]\left[f(x) - h(x)\right] < 0 \end{cases}$$

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៥:** វិសមីការរាង: $\lg_{g(x)} f(x) \geq \lg_{g(x)} h(x)$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** ចំពោះវិសមីការនេះវិធីដោះស្រាយត្រូវធ្វើដូចខាងក្រោម:

$$\begin{cases} g(x) > 0; g(x) \neq 1 \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ \left[g(x)-1\right]\left[f(x)-h(x)\right] \geq 0 \end{cases}$$

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៦:** វិសមីការរាង: $\lg_{g(x)} f(x) \leq \lg_{g(x)} f(x)$

✍ ***វិធីដោះស្រាយ:*** ចំពោះវិសមីការនេះវិធីដោះស្រាយត្រូវធ្វើដូចខាងក្រោម:

$$\begin{cases} g(x) > 0; g(x) \neq 1 \\ g(x) > 0 \\ f(x) > 0 \\ \left[g(x)-1\right]\left[f(x)-h(x)\right] \leq 0 \end{cases}$$

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៧:** វិសមីការរាង: $\lg_{A(x)} f(x) < 1$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:**

ចំពោះវិសមីការនេះយើងត្រូវដោះស្រាយតាមរបៀបខាង ក្រោមនេះ:

$$\begin{cases} A(x)-1 > 0 \\ f(x) > 0 \\ \dfrac{f(x)}{A(x)} > 0 \\ \dfrac{f(x)}{A(x)} - 1 < 0 \end{cases} \quad (I) \quad \text{ឬ} \quad \begin{cases} A(x) > 0 \\ A(x)-1 < 0 \\ f(x) > 0 \\ \dfrac{f(x)}{A(x)} - 1 > 0 \end{cases} \quad (II)$$

ដូចនេះចំលើយនៃវិសមីការគឺជាប្រជុំរវាង:$(I)\cup(II)$ ។

ក្បួនទី៥:ការដោះស្រាយសមីការត្រីកោណមាត្រ

✶ **វិធីសាស្ត្រទី១:**សមីការរាង:$\sin x = \sin\alpha$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:**ចំពោះសមីការនេះយើងប្រើដំណោះស្រាយដូចខាងក្រោម:

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \\ x = \pi - \alpha + 2k\pi \end{cases}$$

✶ **វិធីសាស្ត្រទី២:**សមីការរាង:$\cos x = \cos\alpha$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:**

ចំពោះសមីការនេះយើងប្រើដំណោះស្រាយដូចខាងក្រោម:

$$\Rightarrow \quad x = \pm\alpha + 2k\pi$$

✶ **វិធីសាស្ត្រទី៣:**សមីការរាង:$\tan x = \tan\alpha$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:**

ចំពោះសមីការនេះយើងប្រើដំណោះស្រាយដូចខាងក្រោម:

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$$

✶ **វិធីសាស្ត្រទី៤:**សមីការរាង:$\cot x = \cot\alpha$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:**

ចំពោះសមីការនេះយើងប្រើដំណោះស្រាយដូចខាងក្រោម:

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x \neq k\pi \end{cases}$$

✳ **វិធីសាស្ត្រទី៥:** សមីការរាង: $a\sin x + b = 0\ (a \neq 0)$

✎ **វិធីដោះស្រាយ:**

ចំពោះសមីការនេះយើងប្រើដំណោះស្រាយដូចខាងក្រោម:

យើងមានសមីការ: $a\sin x + b = 0\ (a \neq 0)$ យើងទាញបាន:

$\Rightarrow \sin x = -\frac{b}{a}$ បន្ទាប់មកយើងតាង: $\sin\alpha = -\frac{b}{a}; (-1 \leq \sin\alpha \leq 1)$

នោះសមីការទៅជា: $\sin x = \sin\alpha$ ដោះស្រាយតាមវិធីសាស្ត្រខាងលើ ។

✳ **វិធីសាស្ត្រទី៦:** សមីការរាង: $a\cos x + b = 0(a \neq 0)$

✎ **វិធីដោះស្រាយ:**

ចំពោះសមីការនេះយើងប្រើដំណោះស្រាយដូចខាងក្រោម:

យើងមានសមីការ: $a\cos x + b = 0(a \neq 0)$ យើងទាញបាន:

$\Rightarrow \cos x = -\frac{b}{a}$ បន្ទាប់មកយើងតាង: $\cos\alpha = -\frac{b}{a}; (-1 \leq \cos\alpha \leq 1)$

នោះសមីការទៅជា: $\cos x = \cos\alpha$ ដោះស្រាយតាមវិធីសាស្ត្រខាងលើ ។

✳ **វិធីសាស្ត្រទី៧:** សមីការរាង: $a\tan x + b = 0(a \neq 0)$

✎ **វិធីដោះស្រាយ:**

ចំពោះសមីការនេះយើងប្រើដំណោះស្រាយដូចខាងក្រោម:

យើងមានសមីការ: $a\tan x + b = 0(a \neq 0)$ យើងទាញបាន:

$\Rightarrow \tan x = -\frac{b}{a}$ បន្ទាប់មកយើងតាង: $\tan \alpha = -\frac{b}{a}\left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ នោះ

សមីការទៅជា: $\tan x = \tan \alpha$ ដោះស្រាយតាមវិធីសាស្ត្រខាងលើ ។

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៨:** សមីការរាង: $a\cot x + b = 0(a \neq 0)$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:**

ចំពោះសមីការនេះយើងប្រើដំណោះស្រាយដូចខាងក្រោម:

យើងមានសមីការ: $a\cot x + b = 0(a \neq 0)$ យើងទាញបាន:

$\Rightarrow \cot x = -\frac{b}{a}$ បន្ទាប់មកយើងតាង: $\cot \alpha = -\frac{b}{a}(\alpha \neq k\pi)$ នោះ

សមីការទៅជា: $\cot x = \cot \alpha$ ដោះស្រាយតាមវិធីសាស្ត្រខាងលើ ។

✵ **វិធីសាស្ត្រទី៩:** សមីការរាង: $a\sin^2 x + b\sin x + c = 0(a \neq 0)$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:**

ចំពោះសមីការនេះយើងប្រើដំណោះស្រាយដូចខាងក្រោម:

យើងតាង: $y = \sin x(-1 \leq y \leq 1)$ នោះសមីការទៅជា:

$ay^2 + by + c = 0$ រួចយើងដោះស្រាយសមីការនេះដោយជ្រើសរើសតែរឹស

ណាដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $|y| \leq 1$ ។

✵ **វិធីសាស្ត្រទី១០:** សមីការរាង: $a\cos^2 x + b\cos x + c = 0(a \neq 0)$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:**

ចំពោះសមីការនេះយើងប្រើដំណោះស្រាយដូចខាងក្រោម:

យើងតាង: $y = \cos x(-1 \leq y \leq 1)$ នោះសមីការទៅជា:

$ay^2+by+c=0$ ដោះស្រាយដូចវិធីសាស្ត្រខាងលើ ។

✳ **<u>វិធីសាស្ត្រទី១១:</u>**សមីការរាង: $atg^2x+tgx+c=0\,(a\neq 0)$

✎ **<u>វិធីដោះស្រាយ:</u>**

ចំពោះសមីការនេះយើងប្រើដំណោះស្រាយដូចខាងក្រោម:

យើងតាង: $y=tgx$ នោះសមីការទៅជា:

$ay^2+by+c=0$ ដោះស្រាយដូចវិធីសាស្ត្រខាងលើ ។

✳ **<u>វិធីសាស្ត្រទី១២:</u>**សមីការរាង: $a\cot^2x+b\cot x+c=0\,(a\neq 0)$

✎ **<u>វិធីដោះស្រាយ:</u>**

ចំពោះសមីការនេះយើងប្រើដំណោះស្រាយដូចខាងក្រោម:

យើងតាង: $y=\cot x$ នោះសមីការទៅជា:

$ay^2+by+c=0$ ដោះស្រាយដូចវិធីសាស្ត្រខាងលើ ។

✳ **<u>វិធីសាស្ត្រទី១៣:</u>**សមីការរាង: $a\cos x+b\sin x=c$ ដែលយើងដឹងថា: $(a,b,c\neq 0)$ហើយ $a^2+b^2\geq c^2$ ។

ចំពោះវិធីដោះស្រាយយើងអាចដោះស្រាយបានតាមពីររបៀបខាងក្រោម:

✎ **<u>វិធីដោះស្រាយទី១:</u>**ការប្រើវិធីត្រីកោណមាត្រ:

យើងចែកអង្គទាំងពីរនិង a រួចតាង: $\frac{b}{a}=tg\alpha\left(-\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ពេលនោះ

សមីការ $\cos x+\frac{b}{a}\sin x=\frac{c}{a}\Leftrightarrow\cos x+tg\alpha\sin x=\frac{c}{a}$

$$\Leftrightarrow\cos x\cos\alpha+\sin\alpha\sin x=\frac{c}{a}\cos\alpha$$

$\Leftrightarrow \cos(x-\alpha)=\frac{c}{a}\cos\alpha$ សន្មតយក: $\frac{c}{a}\cos\alpha=\cos\lambda$

$\Rightarrow \cos(x-\alpha)=\cos\lambda$ យើងដោះស្រាយសមីការនេះជាការស្រេច

✎ **វិធីដោះស្រាយទី២:** ការប្រើអញ្ញាតជំនួយវិធីពីជគណិត

យើងតាង: $t=tg\frac{x}{2};(x\neq 2k+1)$ នោះយើងបាន: $\cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2}$ និង $\sin x=\frac{2t}{1+t^2}$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$(a+c)t^2-2bt+c-a=0$ យើងដោះស្រាយសមីការនេះយើងបានរឹសពីរគឺ t_1 និង t_2 ។យើងតាង: $\begin{cases} t_1=tg\alpha_1 \\ t_2=tg\alpha_2 \end{cases}$ ពេលនោះយើងបាន:

+បើ $tg\frac{x}{2}=tg\alpha_1 \Rightarrow x=2\alpha_1+2k\pi$

+បើ $tg\frac{x}{2}=tg\alpha_2 \Rightarrow x=2\alpha_2+2k\pi$

✲ **វិធីសាស្ត្រទី១៤:** សមីការរាង: $a\sin^2 x+b\sin x\cos x+c\cos^2 x=d$

យើងដោះស្រាយសមីការនេះបានពីររបៀបខាងក្រោម:

✎ **វិធីដោះស្រាយទី១:** យើងគុណ d និង $(\cos^2 x+\sin^2 x)$ ព្រោះ

$\cos^2 x+\sin^2 x=1$ នោះយើងបានសមីការការទៅជា:

$a\sin^2 x+b\sin x\cos x+c\cos^2 x=d\sin^2 x+d\cos^2 x$ យើងចែកអង្គទាំងពីរនិង $\cos^2 x$ ដែល $\cos x\neq 0$ នោះគេបាន:

$atg^2x+btgx+c=dtg^2x+d \Leftrightarrow (a-d)tg^2x+btgx+c-d=0$

យើងតាង: $t=tgx$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$(a-d)t^2+bt+c-d=0$ ដោះស្រាយសមីការនេះដូច១៣ ។

វិធីដោះស្រាយទី២: យើងជំនួស

$\sin^2 x=\dfrac{1-\cos 2x}{2};\cos^2 x=\dfrac{1+\cos 2x}{2}$ ហើយ $\sin x\cos x=\dfrac{\sin 2x}{2}$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $b\sin 2x+(c-a)\cos 2x=2d-a-c$

$\Leftrightarrow (c-a)\cos 2x+b\sin 2x=2d-a-c$ ដោះស្រាយដូច១៣ ។

វិធីសាស្ត្រទី១៥: សមីការរាង: $a(\sin x+\cos x)+b\sin x\cos x+c=0$

វិធីដោះស្រាយ: យើងតាង: $y=\sin x+\cos x$ នោះគេបាន:

$\sin x\cos x=\dfrac{y^2-1}{2}$ ជំនួសចូលសមីការខាងលើយើងបាន:

$by^2+2ay+2c-b=0\ ;\left(|y|\le\sqrt{2}\right)$

វិធីសាស្ត្រទី១៦: សមីការរាង: $\begin{cases}\sin x=m\\ |m|\le 1\end{cases}$

វិធីដោះស្រាយ: ចំពោះសមីការនេះយើងទាញបាន:

$\Leftrightarrow\ x=(-1)^k\arcsin m+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

វិធីសាស្ត្រទី១៧: សមីការរាង: $\begin{cases}\cos x=m\\ |m|\le 1\end{cases}$

វិធីដោះស្រាយ: ចំពោះសមីការនេះយើងទាញបាន:

$\Leftrightarrow\ x=\pm\arccos m+2k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

✳ **វិធីសាស្ត្រទី១៨:**សមីការរាង: $\begin{cases} tgx = m \\ m \in IR \end{cases}$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:**ចំពោះសមីការនេះយើងទាញបាន:

$$\Leftrightarrow \ x = arctgm + k\pi \left(k \in IZ\right)$$

✳ **វិធីសាស្ត្រទី១៩:**សមីការរាង: $\begin{cases} \cot gx = m \\ m \in IR \end{cases}$

✍ **វិធីដោះស្រាយ:**ចំពោះសមីការនេះយើងទាញបាន:

$$\Leftrightarrow \ x = arc\cot gm + k\pi \left(k \in IZ\right)$$

លក្ខណៈពិសេសមួយចំនួននៃសមីការ

✍ **លក្ខណៈទី១:**ពេលយើងឃើញមានសមីការ:

$A^2 + B^2 + C^2 = 0$ គេទាញបាន: $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases}$

✍ **លក្ខណៈទី២:**បើ $\begin{cases} A = B \\ B \le m \\ B \ge m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = m \\ B = m \end{cases}$

✍ **លក្ខណៈទី៣:**បើ $\begin{cases} A.B = 1 \\ |A| \le 1 \\ |B| \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} A = -1 \\ B = -1 \end{cases}$

✎ **លក្ខណៈទី៤:** បើ $\begin{cases} A+B=2 \\ |A|\le 1 \\ |B|\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=1 \end{cases}$

✎ **លក្ខណៈទី៥:** បើ $\begin{cases} A+B=-2 \\ |A|\le 1 \\ |B|\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=-1 \\ B=-1 \end{cases}$

✎ **លក្ខណៈទី៦:** បើ $\begin{cases} A+B=A_1+B_1 \\ A\le A_1 \\ B\le B_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=A_1 \\ B=B_1 \end{cases}$

✳ **វិធីសាស្ត្រពិសេស:** មានសមីការនិងវិសមីការជាច្រើនដែលគេមិនអាចដោះស្រាយតាមវិធីសាស្ត្រដូចបានបង្ហាញខាងលើតែគេដោះស្រាយសមីការនិងវិសមីការទាំងនោះទៅនឹងលក្ខណៈនៃវិសមភាពមួយចំនួន ខ្ញុំសង្កេតឃើញមានវិសមភាពមួយ ចំនួនដែលតែងតែយកមកដោះស្រាយដូចជា:

១.**វិសមភាពកូស៊ី**(cauchy):

យើងមាន: $a,b\ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{a+b}{2}\ge\sqrt{ab}$

ជាទូទៅ:បើ $a_i\ge 0; i=1,2,...,n$ នោះគេបាន:

$$\frac{a_1+a_2+a_3+....+a_n}{n}\ge\sqrt[n]{a_1a_2a_3....a_n}$$

✎ **វិធីសាស្ត្រទី១:** យើងអាចយកវិសមភាពនេះទៅដោះស្រាយសមីការនិងវិសមីការមួយចំនួនដោយសង្កេតឃើញថាវិសមភាពនេះក្លាយជាសមភាពពេលដែល:

$$a=b;\ a_1=a_2=a_3=.....=a_n$$

២.វិសមភាពប៊ូនីញ៉ាកូវស្គី(Bunhiakouski):

យើងមាន: $\forall a_1, b_1, a_2, b_2 \in IR$ នោះយើងបាន:

$$(a_1b_1 + a_2b_2)^2 \le (a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2)$$

ជាទូទៅ:បើ $a_i, b_i \in IR$ នោះគេបាន:

$$(a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2 \le (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$$

វិធីសាស្ត្រទី២: វិសមភាពនេះក្លាយជាសមភាពពេលដែល:

$$a_1b_2 = a_2b_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$$ ។

៣.វិសមភាពមីនកូវស្គី(Minkouski):

យើងមាន: $\forall a_1, a_2, b_1, b_2 \in IR$ នោះយើងបាន:

$$\sqrt{(a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2} \le \sqrt{a_1^2 + b_1^2} + \sqrt{a_2^2 + b_2^2}$$

ជាទូទៅ: $\forall a_i, b_i \in IR$ នោះគេបាន:

$$\sqrt{(a_1 + a_2 + \dots + a_2)^2} + \sqrt{(b_1 + b_2 + \dots + b_n)^2} \le$$

$$\sqrt{a_1^2 + b_1^2} + \sqrt{a_2^2 + b_2^2} + \dots + \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

វិធីសាស្ត្រទី៣: វិសមភាពនេះក្លាយជាសមភាពពេលដែល:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$$

៤.វិសមភាពប៊ែនូយី(Bernoulli)

យើងមាន: $\forall x > -1, n \in IN^*$ នោះយើងបាន:

$$(1 + x)^n \ge 1 + nx$$

វិធីសាស្ត្រទី៤: វិសមភាពនេះក្លាយជាសមភាពពេលដែល: $x = 0 \vee n = 1$

លំហាត់លើផ្នែកទី១

លំហាត់ទី១: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$1.\ x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$$

$$2.\ x^4 - 4x - 1 = 0$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យនិងមធ្យមសិក្សាក៏រិតពីរវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $1.\ x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x^2 + 4x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \\ x^2 + 4x + 3 = 0 \end{array}\right. \quad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -1 \\ x = -3 \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x \in \{-3, -1, 1, 2\}$។

យើងមានសមីការ: $2.x^4 - 4x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x^4 + 2x^2 - 2x^2 - 4x - 2 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \left(x^2 + 1\right)^2 = 2\left(x + 1\right)^2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 + 1 = \sqrt{2}\left(x + 1\right) \\ x^2 + 1 = -\sqrt{2}\left(x + 1\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - \sqrt{2}x + 1 - \sqrt{2} = 0 \ (1) \\ x^2 + \sqrt{2}x + 1 + \sqrt{2} = 0 \ (2) \end{array}\right.$$

+បើ: $x^2 - \sqrt{2}x + 1 - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2} - \sqrt{4\sqrt{2} - 2}\right) \\ x = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2} + \sqrt{4\sqrt{2} - 2}\right) \end{array}\right.$

+បើ: $x^2 + \sqrt{2}x + 1 + \sqrt{2} = 0$ សមីការគ្មានឫសព្រោះ: $\Delta > 0$ ។

ដូចនេះសមីការមានឫស: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2} - \sqrt{4\sqrt{2} - 2}\right) \\ x = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2} + \sqrt{4\sqrt{2} - 2}\right) \end{array}\right.$ ។

លំហាត់ទី២: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A. \sqrt{1 - x} = \sqrt{6 - x} - \sqrt{-5 - 2x}$

$B. \sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} = \frac{x + 3}{2}$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រឡងសិស្សពូកែវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A. \sqrt{1 - x} = \sqrt{6 - x} - \sqrt{-5 - 2x}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \\ -5-2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -\dfrac{5}{2}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1-x}+\sqrt{-5-2x}=\sqrt{6-x}$$

$$\Leftrightarrow 1-x+(-5-2x)+2\sqrt{(1-x)(-5-2x)}=6-x$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(1-x)(-5-2x)}=x+5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ (1-x)(-5-2x)=(x+5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ x^2-7x-30=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=10 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=10 \end{array}\right.$$

ដោយ $x \leq -\dfrac{5}{2}$ នោះយើងបានរឹសសមីការគឺ: $x=-3$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}=\dfrac{x+3}{2}$

សមីការមានន័យកាលណា:

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x-2\sqrt{x-1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq 2\sqrt{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 \geq 4(x-1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ (x-2)^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$$

ដូចនេះសមីការខាងលើ:

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1+2\sqrt{x-1}+1}+\sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1}=\frac{x+3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(\sqrt{x-1}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2}=\frac{x+3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \left|\sqrt{x-1}+1\right|+\left|\sqrt{x-1}-1\right|=\frac{x+3}{2}$$

+ចំពោះ: $\sqrt{x-1}-1\ge 0 \Leftrightarrow x\ge 2$ នោះគេបាន:

$$2\sqrt{x-1}=\frac{x+3}{2}\Leftrightarrow 4(x-1)=\left(\frac{x+3}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2-10x+25=0\Leftrightarrow x=5$$

+ចំពោះ: $1\le x\le 2$ នោះគេបាន: $\frac{x+3}{2}=2\Leftrightarrow x=1$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=1 \vee x=5$ ។

"មនុស្សឆ្លាត គេគិតមុនគេ"

លំហាត់ទី៣: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\ x+\sqrt{x^2+16}=\dfrac{40}{\sqrt{x^2+16}}$

$B.\ \sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{3x+1}=\sqrt[3]{x-1}$

$C.\ \sqrt{77-x^2+x\sqrt{x+5}}=\sqrt{3-2x-x^2}$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងចូលមធ្យមសិក្សាកំរិតពីរវៀតណាម១៩៧០

និងប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យផ្នែកអគ្គិសនី

ចំលើយ

យើងមានសមីការៈ $A.\ x+\sqrt{x^2+16}=\dfrac{40}{\sqrt{x^2+16}}$

$$\Leftrightarrow\ x\sqrt{x^2+16}+x^2+16=40$$

$$\Leftrightarrow\ x\sqrt{x^2+16}=24-x^2$$

$$\Rightarrow\ x^2\left(x^2+16\right)=\left(24-x^2\right)^2$$

$$\Leftrightarrow\ 64x^2=576\Leftrightarrow\ x=\pm 3$$

ដោះពេល $x=-3$ សមីការមិនផ្ទៀងផ្ទាត់នោះសមីការមានរឹសតែៈ $x=3$ ។

យើងមានសមីការៈ $B.\ \sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{3x+1}=\sqrt[3]{x-1}$

$$\Leftrightarrow\ \left(\sqrt{x+1}+\sqrt{3x+1}\right)^3=x-1$$

$$\Leftrightarrow\ 4x+2+\sqrt[3]{x+1}\sqrt[3]{3x+1}\left(\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{3x+1}\right)=x-1$$

$$\Leftrightarrow\ 4x+2+3\sqrt[3]{x+1}\sqrt[3]{3x+1}\sqrt[3]{x-1}=x-1$$

$$\Leftrightarrow\ \sqrt[3]{x+1}\sqrt[3]{3x+1}\sqrt[3]{x-1}=-(x+1)$$

$$\Leftrightarrow\ (x+1)(3x+1)(x-1)=-(x+1)^3$$

$$\Leftrightarrow\ (x+1)\left[(x-1)(3x+1)+(x+1)^2\right]=0$$

$$\Leftrightarrow\ (x+1)\left(4x^2\right)=0\Leftrightarrow\ \begin{cases}x=-1\\x=0\end{cases}$$

ដោយៈ $x=0$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការនោះសមីការមានរឹសៈ $x=-1$ ។

យើងមានសមីការៈ $C.\sqrt{77-x^2+x\sqrt{x+5}}=\sqrt{3-2x-x^2}$

សមីការមានន័យកាលណាៈ $3-2x-x^2\geq 0\Leftrightarrow -3\leq x\leq 1$

$\Leftrightarrow\ x\sqrt{x+5}=-4-2x$

$\Rightarrow\ x^2(x+5)=(4+2x)^2$

$\Leftrightarrow\ x^3+x^2-16x-16=0$

$\Leftrightarrow\ (x+1)(x^2-16)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\pm 4 \text{ មិនយក} \end{array}\right.$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=-1$ ។

> **លំហាត់ទី៤:** ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:
>
> $A.\ 1-\sqrt{x-\sqrt{x+8}}=\sqrt{x+1}$
>
> $B.\ \sqrt[3]{x+34}-\sqrt[3]{x-3}=1$
>
> ***ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងប្រជែងនៅប្រទេសអ៊ុយក្រែន***

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ 1-\sqrt{x-\sqrt{x+8}}=\sqrt{x+1}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា:

$$\begin{cases} x\ge -1 \\ x\ge\sqrt{x+8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x^2-x-8\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x\le \dfrac{1-\sqrt{33}}{2} \\ x\ge \dfrac{1+\sqrt{33}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x\ge\frac{1+\sqrt{33}}{2}$$

នោះសមីការ: $\Leftrightarrow \sqrt{x-\sqrt{x+8}}=\sqrt{x+1}-1$

$$\Leftrightarrow x-\sqrt{x+8}=x+2-2\sqrt{x+1}$$
$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+1}=2+\sqrt{x+8}$$
$$\Leftrightarrow 4(x+1)=4+x+8+4\sqrt{x+8}$$
$$\Leftrightarrow 4\sqrt{x+8}=3x-8 \Leftrightarrow 16(x+8)=9x^2-48x+64$$
$$\Leftrightarrow 9x^2-64x-64=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{8}{9} \text{ មិនយក} \\ x=8 \text{ យក} \end{cases}$$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=8$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\ \sqrt[3]{x+34}-\sqrt[3]{x-3}=1$

$$\Leftrightarrow x+34-x+3=3\sqrt[3]{x+34}.\sqrt[3]{x-3}\left(\sqrt[3]{x+34}+\sqrt[3]{x-3}\right)=1$$
$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x+34}.\sqrt[3]{x-3}=12$$
$$\Leftrightarrow (x+34)(x-3)=12^3$$
$$\Rightarrow x^2+31x-1830=0$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=30 \\ x=-16 \end{cases}$$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=30 \vee x=-61$ ។

លំហាត់ទី៥: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$A.\ \frac{x^2-4x+4}{x-1}+\frac{x^2-3x-1}{x-2}=\frac{2\left(x^2-5x+5\right)}{x-3}$$
$$B.\ \sqrt[3]{2x-1}+\sqrt[3]{2x+1}=\sqrt[3]{10x}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងសិស្សពូកែ១៩៧៨

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\dfrac{x^2-4x+4}{x-1}+\dfrac{x^2-3x-1}{x-2}=\dfrac{2\left(x^2-5x+5\right)}{x-3}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\begin{cases} x-1\neq 0 \\ x-2\neq 0 \\ x-3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq 2 \\ x\neq 3 \end{cases}$

នោះយើងបានសមីការខាងលើ:

$$\Leftrightarrow \frac{\left(x^2-4x+4\right)\left(x-2\right)+\left(x^2-3x-1\right)\left(x-1\right)}{\left(x-1\right)\left(x-2\right)}=\frac{2\left(x^2-5x+5\right)}{x-3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(x^3-6x^2+12x-8\right)+\left(x^3-4x^2+2x+1\right)}{x^2-3x+2}=\frac{2\left(x^2-5x+5\right)}{x-3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^3-10x^2+14x-7}{x^2-3x+2}=\frac{2\left(x^2-5x+5\right)}{x-3}$$

$$\Leftrightarrow \left(2x^3-10x^2+14x-7\right)\left(x-3\right)=2\left(x^2-5x+5\right)\left(x^2-3x+2\right)$$

$$\Leftrightarrow 2x^4-16x^3+44x^2-49x+21=2x^4-16x^3+44x^2-50x+20$$

$$\Leftrightarrow x=-1$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=-1$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\sqrt[3]{2x-1}+\sqrt[3]{2x+1}=\sqrt[3]{10x}$

$$\Leftrightarrow 2x-1+2x+1+3\sqrt[3]{2x-1}\sqrt[3]{2x+1}\left(\sqrt[3]{2x-1}+\sqrt[3]{2x+1}\right)=10x$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{2x-1}\sqrt[3]{2x+1}\sqrt[3]{10x}=2x$$

$$\Leftrightarrow 2x-1+2x+1+3\sqrt[3]{2x-1}\sqrt[3]{2x+1}\left(\sqrt[3]{2x-1}+\sqrt[3]{2x+1}\right)=10x$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{2x-1}\sqrt[3]{2x+1}\sqrt[3]{10x}=2x$$

$$\Rightarrow (2x-1)(2x+1)10x=8x^3$$

$$\Leftrightarrow x\left[5(2x-1)(2x+1)-4x^2\right]=0$$

$$\Rightarrow x\left(16x^2-5\right)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{\sqrt{5}}{4} \\ x=-\dfrac{\sqrt{5}}{4} \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=0; x=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{4}$ ។

លំហាត់ទី៦: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$A.\ \frac{x^2-4x+5}{x^2+6x+10}=\left(\frac{x-2}{x+3}\right)^2$$

$$B.\ \frac{\dfrac{1+x}{1-x}-\dfrac{1-x}{1+x}}{\dfrac{1-x}{1-x}-1}=\frac{3}{14-x}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងសិស្សពូកែ១៩៧៧

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ \dfrac{x^2-4x+5}{x^2+6x+10}=\left(\dfrac{x-2}{x+3}\right)^2$

យើងមាន: $x^2+6x+10=(x+3)^2+1\neq 0\quad \forall x$ និង

$(x+3)\neq 0\Leftrightarrow x\neq -3$ នោះដើម្បីអោយសមីការមានន័យលុះត្រាតែ $x\neq -3$

យើងមាន: $\dfrac{x^2-4x+5}{x^2+6x+10}=\left(\dfrac{x-2}{x+3}\right)^2$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-4x+5}{x^2+6x+10}=\frac{x^2-4x+4}{x^2+6x+9}=1$$

$$\Leftrightarrow x^2-4x+5=x^2+6x+10$$

$$\Leftrightarrow 10x=-5$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=-\dfrac{1}{2}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\dfrac{\dfrac{1+x}{1-x}-\dfrac{1-x}{1+x}}{\dfrac{1-x}{1-x}-1}=\dfrac{3}{14-x}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\begin{cases}1-x\neq 0\\ 1+x\neq 0\\ 1+x\neq 1-x\\ 14-x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ x\neq -1\\ x\neq 0\\ x\neq 14\end{cases}$

នោះយើងបានសមីការ: $B.\dfrac{\dfrac{1+x}{1-x}-\dfrac{1-x}{1+x}}{\dfrac{1-x}{1-x}-1}=\dfrac{3}{14-x}$

$$\Leftrightarrow \frac{(1+x)^2-(1-x)^2}{(1+x)^2-(1-x^2)}=\frac{3}{14-x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{2x(14-x)}=\frac{3}{14-x}$$

$$\Leftrightarrow 2(14-x)=3(x+1)$$

$$\Leftrightarrow 5x=25$$

$$\Rightarrow x=5$$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=5$ ។

"អវិជ្ជាជាគ្រឿងដែលនាំអោយមនុស្សគិតមិនសូវបានត្រឹមត្រូវ និងប្រព្រឹត្តអំពើអាក្រក់"

លំហាត់ទី៧: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

$$\frac{\frac{1}{1+x}}{1-\frac{1}{1+x}}+\frac{\frac{1}{1+x}}{\frac{x}{1-x}}+\frac{\frac{1}{1-x}}{\frac{x}{1+x}}+\frac{3}{2x}=0$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងសិស្សពូកែវៀតណាម១៩៨១

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $$\frac{\frac{1}{1+x}}{1-\frac{1}{1+x}}+\frac{\frac{1}{1+x}}{\frac{x}{1-x}}+\frac{\frac{1}{1-x}}{\frac{x}{1+x}}+\frac{3}{2x}=0$$

សមីការមានន័យកាលណា: $$\begin{cases}1+x\neq 0\\1-x\neq 0\\x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\x\neq 1\\x\neq 0\end{cases}$$

នោះសមីការ: $$\frac{\frac{1}{1+x}}{1-\frac{1}{1+x}}+\frac{\frac{1}{1+x}}{\frac{x}{1-x}}+\frac{\frac{1}{1-x}}{\frac{x}{1+x}}+\frac{3}{2x}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1-x}{x(1+x)}+\frac{1+x}{x(1-x)}+\frac{3}{2x}=0$$

$$\Leftrightarrow 5\left(1-x^2\right)+2(1-x)^2+2(1+x)^2=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-9=0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+3)=0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x-3=0\\x+3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-3\end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=-3$; $x=3$ ។

" មនុស្សជោគជ័យគេមិនដែលបោះបង់"

លំហាត់ទី៨: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\sqrt{x^2-3x+3}+\sqrt{x^2-3x+6}=3$

$B.\sqrt{x^2+x+7}+\sqrt{x^2+x+2}=\sqrt{3x^2+3x+19}$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យ១៩៨៤

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\sqrt{x^2-3x+3}+\sqrt{x^2-3x+6}=3$

យើងតាង: $t=x^2-3x+3=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\geq\frac{3}{4}\Rightarrow t\geq\frac{3}{4}$

$$\sqrt{t}+\sqrt{t+3}=3$$

$$\Leftrightarrow 2t+3+2\sqrt{t^2+3t}=9$$

នោះសមីការទៅជា: $\Leftrightarrow \sqrt{t^2+3t}=3-t$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3-t\geq 0\\ t^2+3t=(3-t)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3}{4}\leq t\leq 3\\ t=1\end{cases}\Leftrightarrow t=1$$

+បើ $t=1$ នោះគេបាន: $x^2-3x+3=1\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=2\end{array}\right.$

ដូចនេះសមីករមានរឹស: $x=1;\ x=2$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\sqrt{x^2+x+7}+\sqrt{x^2+x+2}=\sqrt{3x^2+3x+19}$

យើងតាង: $t=x^2+x+2=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}\geq\frac{7}{4}\Rightarrow t\geq\frac{7}{4}$

នោះសមីការទៅជា: $\sqrt{t+5}+\sqrt{t}=\sqrt{3t+13}$

$$\Leftrightarrow 2t+5+2\sqrt{t(t+5)}=3t+13$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{t(t+5)}=t+8$$

$$\Leftrightarrow 4t(t+5)=(1+8)^2$$

$$\Leftrightarrow 3t^2+4t-64=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-\frac{16}{3} \\ t=4 \end{array}\right.$$

+ចំពោះ $t=-\frac{16}{3}$ មិនយក

+ចំពោះ $t=4 \Leftrightarrow x^2+x+2=4 \Leftrightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=-2; x=1$ ។

លំហាត់ទី៨: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\ 1-\sqrt{x+\sqrt{x+1}+1}=\sqrt{x+1}$

$B.\ \sqrt{4x^2+5x+1}+2\sqrt{x^2-x+1}=9x-3$

$C.\ x+\sqrt{17-x^2}+x\sqrt{17-x^2}=9$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យkolomen

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ 1-\sqrt{x+\sqrt{x+1}+1}=\sqrt{x+1}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x+1\geq 0 \Rightarrow x\geq -1$

យើងតាង: $t=\sqrt{x+1}\geq 0 \Rightarrow t^2=x+1$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$1-\sqrt{t^2+t}=t \Leftrightarrow \sqrt{t^2+t}=1-t \Leftrightarrow \begin{cases} 0\le t\le 1 \\ t^2+t=(t-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0\le t\le 1 \\ t=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$$

+បើ $t=\frac{1}{3} \Leftrightarrow x+1=\frac{1}{9} \Leftrightarrow x=-\frac{8}{9}$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=-\frac{8}{9}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\sqrt{4x^2+5x+1}+2\sqrt{x^2-x+1}=9x-3$

សមីការមានន័យកាលណា: $\begin{cases} 4x^2+5x+1\ge 0 \\ 9x-3\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\le -1 \\ x\ge -\frac{1}{4} \end{array}\right. \\ x\ge \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x\ge \frac{1}{3}$

យើងតាង: $\begin{cases} a=\sqrt{4x^2+5x+1}\ge 0 \\ b=2\sqrt{x^2-x+1}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2=4x^2+5x+1 \\ b^2=4x^2-4x+4 \end{cases}$

$$\Rightarrow a^2-b^2=9x-3$$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $a+b=a^2-b^2$

$\Leftrightarrow (a+b)(a-b-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a+b=0 \\ a-b=1 \end{array}\right.$

+ករណី $a+b=0$ មិនយកព្រោះ $a\ge 0$ និង $b>0$

+ករណី $a-b=1 \Leftrightarrow a=b+1$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4x^2+5x+1}=2\sqrt{x^2-x+1}+1$$

$$\Leftrightarrow 4x^2+5x+1=4x^2-4x+4+1+4\sqrt{x^2-x+1}$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{x^2-x+1}=9x-4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \dfrac{4}{9} \\ 16\left(x^2-x+1\right)=81x^2-72x+16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \dfrac{4}{9} \\ 65x^2-56x=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{56}{65}$$

ដូចនេះគេបានសមីការមានឫស: $x=\dfrac{56}{65}$ ។

យើងមានសមីការ: $C.\ x+\sqrt{17-x^2}+x\sqrt{17-x^2}=9$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $17-x^2\geq 0\Rightarrow |x|\leq 17$

យើងតាង: $t=x+\sqrt{17-x^2}\Rightarrow |t|=\left|x+\sqrt{17-x^2}\right|\leq \sqrt{34}$

$\Rightarrow t^2=17+2x\sqrt{17-x^2}$ នោះសមីការទៅជា: $t+\dfrac{t^2-17}{2}=9$

$$\Leftrightarrow t^2+2t-35=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-7 \text{ មិនយក} \\ t=5 \end{array}\right.$$

+បើ $t=5\Rightarrow x+\sqrt{17-x^2}=5\Leftrightarrow \sqrt{17-x^2}=5-x$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-x\geq 0 \\ 17-x^2=(5-x)^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow 2x^2-10x+8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=1; x=4$ ។

"តក់ៗដូចទឹកភ្លោត ព្រឹកឡើងសោតពេញបំពង់ បានមកទុកអោយគង់ កុំអោយបង់បាត់ឡើយណា"ៗ

លំហាត់ទី៩: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}+\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}=x$

$B.(4x-1)\left(\sqrt{x^2+1}\right)=2x^2+2x+1$

$C.\sqrt{3+x^2}+\sqrt{6-x^2}=3+\sqrt{\left(3+x^2\right)\left(6-x^2\right)}$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យ១៩៨៦

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}+\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}=x$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x-4\geq 0\Rightarrow x\geq 4$

យើងតាង: $t=\sqrt{x-4}\Rightarrow t^2=x-4\Rightarrow x=t^2+4$ នោះសមីការទៅជា:

$$\sqrt{t^2+4-4t}+\sqrt{t^2+4+4t}=t^2+4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(t-2)^2}+\sqrt{(t+2)^2}=t^2+4$$

$$\Leftrightarrow |t-2|+t+2=t^2+4\ (*)$$

+បើ $t-2\geq 0\Leftrightarrow t\geq 2$ នោះ $(*)$ ទៅជា: $2t=t^2+4$ គ្មានឫស

+បើ $0\leq t\leq 2$ នោះ $(*)$ ទៅជា: $t^2+4=4\Leftrightarrow t=0\Rightarrow x=4$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=4$ ។

យើងមានសមីការ: $B.(4x-1)\left(\sqrt{x^2+1}\right)=2x^2+2x+1$

យើងតាង: $t=\sqrt{x^2+1};t\geq 1$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$(4x-1)\sqrt{x^2+1}=2\left(x^2+1\right)+2x-1$$

$$\Rightarrow (4x-1)t=2t^2+2x-1$$

$$\Leftrightarrow 2t^2+(1-4x)t+2x-1=0$$

$$\Delta=(1-4x)^2-8(2x-1)=16x^2-24x+9=(4x-3)^2$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{1}{4}(4x-1-4x+3)=\frac{1}{2} \text{ មិនយក} \\ t=\frac{1}{4}(4x-1+4x-3)=2x-1 \end{array}\right.$$

+បើ $t=2x-1$ នោះគេបាន:

$$\sqrt{x^2+1}=2x-1\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1\geq 1\\ x^2+1=(2x-1)^2=4x^2-4x+1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1\\ 3x^2-4x=0\end{cases}\Rightarrow x=\frac{4}{3}$$

ដូចនេះគេបានសមីការមានរឹស: $x=\frac{4}{3}$ ។

យើងមានសមីការ: $C.\sqrt{3+x^2}+\sqrt{6-x^2}=3+\sqrt{\left(3+x^2\right)\left(6-x^2\right)}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $-\sqrt{6}\leq x\leq\sqrt{6}$

យើងតាង: $t=\sqrt{3+x^2}+\sqrt{6-x^2}>0$

$$\Rightarrow t^2=9+2\sqrt{\left(3+x^2\right)\left(6-x^2\right)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(3+x^2\right)\left(6-x^2\right)}=\frac{t^2-9}{2}$$

នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$t = 3 + \frac{t^2 - 9}{2} \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \text{ មិនយក} \\ t = 3 \end{array}\right.$$

+បើ $t = 3$ នោះគេបាន: $\sqrt{3 + x^2 + \sqrt{6 - x^2}} = 3 \Leftrightarrow 9 + 2\sqrt{(3 + x^2)(6 - x^2)} = 9$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6}$$

ដូចនេះសមីការនេះមានរឹស: $x = \pm\sqrt{6}$ ។

លំហាត់ទី១០: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\ x^2 + 3 - \sqrt{2x^2 - 3x + 2} = \frac{3}{2}x + 6$

$B.\ 2x - 5 + 2\sqrt{x^2 - 5x} + 2\sqrt{x - 5} + 2\sqrt{x} = 48$

$C.\ 2(x^2 - 3x + 2) = 3\sqrt{x^3 + 8}$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសារត្រៀមចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ x^2 + 3 - \sqrt{2x^2 - 3x + 2} = \frac{3}{2}x + 6$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 2 - 2\sqrt{2x^2 - 3x + 2} - 8 = 0$$

យើងតាង: $t = \sqrt{2x^2 - 3x + 2};\ t > 0$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$\Leftrightarrow t^2 - 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -2 \text{ មិនយក} \\ t = 4 \end{array}\right.$$

+បើ $t=4$ នោះយើងបាន:

$$\sqrt{2x^2-3x+2}=4 \Leftrightarrow 2x^2-3x-14=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=\dfrac{7}{2} \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=-2 \vee x=\dfrac{7}{2}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\ 2x-5+2\sqrt{x^2-5x}+2\sqrt{x-5}+2\sqrt{x}=48$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x-5\geq 0 \Rightarrow x\geq 5$

យើងតាង: $t=\sqrt{x-5}+\sqrt{x};t>0$ នោះគេបាន:

$t^2=2x-5+2\sqrt{x^2-5x}$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$t^2+2t-48=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=-8 \quad \text{មិនយក} \\ t=6 \end{array}\right.$$

+បើ $t=6 \Leftrightarrow \sqrt{x-5}+\sqrt{x}=6$

$$\Leftrightarrow 2x-5+2\sqrt{x^2-5x}=36 \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2-5x}=41-2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5\leq x\leq \dfrac{41}{2} \\ x=\dfrac{41^2}{144} \end{cases} \Leftrightarrow x=\left(\dfrac{41}{12}\right)^2$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\left(\dfrac{41}{12}\right)^2$ ។

យើងមានសមីការ: $C.2\left(x^2-3x+2\right)=3\sqrt{x^3+8}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា:

$$\begin{cases} x^3+8\ge 0 \\ x^2-3x+2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -2 \\ \left[\begin{array}{l} x\le 1 \\ x\ge 2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2\le x\le 1 \\ x\ge 2 \end{array}\right.$$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $2\left(2x^2-3x+2\right)=3\sqrt{\left(x+2\right)\left(x^2-2x+4\right)}$

យើងតាង: $\begin{cases} a=x+2 \\ b=x^2-2x+4 \end{cases} \Rightarrow b-a=x^2-3x+2$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $2\left(b-a\right)=3\sqrt{ab}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b\ge a \\ 4\left(b-a\right)^2=9ab \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b\ge a \\ 4a^2+4b^2-17ab=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 4a^2-17a+4b^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=\dfrac{b}{4} \\ a=4b \end{array}\right.$$

នោះគេបាន: $a=\dfrac{b}{4} \Leftrightarrow 4a=b$

$$\Leftrightarrow 4\left(x+2\right)=x^2-2x+4$$

$$\Leftrightarrow x^2-6x-4=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3-\sqrt{13} \\ x=3+\sqrt{13} \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=3\pm\sqrt{13}$ ។

"មនុស្សឆ្លាតចេះសម្លឹងទៅមុខ"ៗ

លំហាត់ទី១១: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\ x^2-3x-5\sqrt{9x^2+x-2}=\frac{11}{4}-\frac{28}{9}x$

$B.\ x-4=\frac{x^2}{\left(\sqrt{1+x}+1\right)^2}$

$C.\ \sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}+2\sqrt{(x-1)(x+3)}=4-2x$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

យើងមានសមីការ: $A.\ x^2-3x-5\sqrt{9x^2+x-2}=\frac{11}{4}-\frac{28}{9}x$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $9x^2+x-2\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le \frac{-1-\sqrt{73}}{18} \\ x\ge \frac{-1+\sqrt{73}}{18}\end{array}\right.$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $\frac{9x^2+x-2}{9}-5\sqrt{9x^2+x-2}-\frac{91}{36}=0$

យើងតាង: $t=\sqrt{9x^2+x-2}; t>0 \Rightarrow t^2=9x^2+x-2$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $\frac{t^2}{9}-5t-\frac{91}{36}=0 \Leftrightarrow 4t^2-180t-91=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-\frac{1}{2} \text{ មិនយក} \\ t=\frac{91}{2}\end{array}\right.$

$t=\frac{91}{2}\Leftrightarrow\sqrt{9x^2+x-2}=\frac{91}{2}$

+បើ $\Leftrightarrow 9x^2+x-2=\frac{91^2}{4}\Leftrightarrow 36x^2+4x-8289=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{-2-\sqrt{298408}}{36}\\ x=\frac{-2+\sqrt{298408}}{36}\end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\frac{-2\pm\sqrt{298408}}{36}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\ x-4=\frac{x^2}{\left(\sqrt{1+x}+1\right)^2}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x\geq 4$

នោះគេបាន: $x-4=\frac{x^2\left(\sqrt{1+x}-1\right)^2}{\left[\left(\sqrt{1+x}+1\right)\left(\sqrt{1+x}-1\right)\right]^2}$

$$\Leftrightarrow x-4=\left(\sqrt{1+x}-1\right)^2=2+x-2\sqrt{1+x}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1+x}=3\Rightarrow x=8$$

ដូចនេះសមីការនេះមានរឹស: $x=8$ ។

យើងមានសមីការ: $C.\ \sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}+2\sqrt{(x-1)(x+3)}=4-2x$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\begin{cases}4-2x\geq 0\\ x\geq 1\end{cases}\Leftrightarrow 1\leq x\leq 2$

យើងតាង: $t=\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3};t>0\Rightarrow t^2=2x+2+\sqrt{(t-1)(t+3)}$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $t+t^2-6=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\ t=-3\ \text{មិនយក}\end{array}\right.$

+ចំពោះ$t=2\Rightarrow\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}=2$

$$\Leftrightarrow 2x+2+2\sqrt{(x-1)(x+3)}=4\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)(x+3)}=1-x$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}1-x\geq 0\\ 1\leq x\leq 2\\ \sqrt{(x-1)(x+3)}=1-x\end{cases}\Rightarrow x=1$$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=1$ ។

ꕥ

លំហាត់ទី១២:ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A. x+\sqrt{x}+\sqrt{x+2}+\sqrt{x^2+2x}=3$

$B. x^2+\sqrt{2-x}=2x^2\sqrt{2-x}$

$C. \sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}=2-\dfrac{x^2}{4}$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងចូលវិស្វករអគ្គិសនីរុស្ស៊ី

យើងមានសមីការ: $A. x+\sqrt{x}+\sqrt{x+2}+\sqrt{x^2+2x}=3$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x\geq 0$

យើងតាង: $t=\sqrt{x}+\sqrt{2+x};t>0\Rightarrow t^2=2(x+1)+2\sqrt{x^2+2x}$

$$\Rightarrow x+1+\sqrt{x^2+2x}=\frac{t^2}{2}$$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $\frac{t^2}{2}+t=4 \Leftrightarrow t^2+2t-8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=-4 \text{ មិនយក} \end{array}\right.$

+បើ $t=2$ នោះគេបាន: $\sqrt{x}+\sqrt{2+x}=2$

$\Leftrightarrow 2x+2+2\sqrt{x^2+2x}=4$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+2x}=1-x \Leftrightarrow \begin{cases} 0\le x\le 1 \\ x^2+2x=x^2-2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\le x\le 1 \\ x=\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow x=\frac{1}{4}$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\frac{1}{4}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\, x^2+\sqrt{2-x}=2x^2\sqrt{2-x}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $2-x\ge 0 \Rightarrow x\le 2$

យើងតាង: $y=\sqrt{2-x}; y\ge 0$

$\Rightarrow y^2=2-x \Rightarrow x^2=\left(2-y^2\right)^2=y^4-4y^2+4$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $y^4-4y^2+4+y=2\left(y^4-4y^2+4\right).y$

$\Leftrightarrow 2y^5-y^4-8y^3+4y^2+7y-4=0$

$\Leftrightarrow (y-1)\left(2y^4+y^3-7y^2-3y+4\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ 2y^4+y^3-7y^2-3y+4=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ \left(y^2+y-1\right)\left(2y^2-y-4\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y^2+y-1=0 \\ 2y^2-y-4=0 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ \left(y^2+y-1\right)\left(2y^2-y-4\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y^2+y-1=0 \\ 2y^2-y-4=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ មិនយក} \\ y=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2} \\ y=\dfrac{1-\sqrt{33}}{4} \text{ មិនយក} \\ y=\dfrac{1+\sqrt{33}}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2} \\ y=\dfrac{1+\sqrt{33}}{4} \end{array}\right.$$

+បើ $y=1 \Leftrightarrow \sqrt{2-x}=1 \Rightarrow x=1$

+បើ $y=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{2-x}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

+បើ $y=\dfrac{1+\sqrt{33}}{4} \Leftrightarrow \sqrt{2-x}=\dfrac{1+\sqrt{33}}{4} \Leftrightarrow x=-\dfrac{1+\sqrt{33}}{8}$

ដូចនេះសមីការមានរឹសៈ $x=1,\ x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}, x=-\dfrac{1+\sqrt{33}}{8}$ ។

យើងមានសមីការៈ $C. \sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}=2-\dfrac{x^2}{4}$

សមីការនេះមានន័យកាលណាៈ $-1 \le x \le 1$

យើងតាងៈ $t=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}; t \ge 0 \Rightarrow t^2=2+2\sqrt{1-x^2}$

$\Rightarrow x^2 = t^2 - \frac{1}{4}t^4$ នោះសមីការខាងលើទៅជា: $t = 2 - \frac{1}{4}\left(t^2 - \frac{t^4}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow t = 2 - \frac{t^2}{4} + \frac{t^4}{16} \Leftrightarrow t^4 - 4t^2 - 16t + 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-2)\left(t^3 + 2t^2 - 16\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-2)^2\left(t^2 + 4t + 8\right) = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

+បើ $t = 2 \Leftrightarrow \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = 2 \Leftrightarrow x = 0$

ដូចនេះគេបានសមីការមានឫស: $x = 0$ ។

លំហាត់ទី១៣: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$A.\ \frac{2002x^4 + x^4\sqrt{x^2 + 2002} + x^2}{2001} = 2002$$

$$B.\ \sqrt{3 + x^2 - x} - \sqrt{2 + x - x^2} = 1$$

$$C.\ \sqrt{(1+x)(2-x)} = 1 + 2x - 2x^2$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងសិស្សពូកែវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ \frac{2002x^4 + x^4\sqrt{x^2 + 2002} + x^2}{2001} = 2002$

យើងតាង: $a = 2002; a > 0$ នោះសមីការទៅជា: $\frac{ax^4 + x^4\sqrt{x^2 + a} + x^2}{a - 1} = a$

$$\Leftrightarrow ax^4 + x^4\sqrt{x^2 + a} + x^2 = a^2 - a$$

$$\Leftrightarrow x^4\left(a+\sqrt{x^2+a}\right)+\left(\sqrt{x^2+a}\right)^2-a^2=0$$

$$\Leftrightarrow x^4\left(a+\sqrt{x^2+a}\right)+\left(\sqrt{x^2+a}-a\right)\left(\sqrt{x^2+a}+a\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+a}+a\right)\left(x^4+\sqrt{x^2+a}-a\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x^4+\sqrt{x^2+a}-a=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2\right)^2-\left(\sqrt{x^2+a}\right)^2+x^2+\sqrt{x^2+a}=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2-\sqrt{x^2+a}\right)\left(x^2+\sqrt{x^2+a}\right)+x^2+\sqrt{x^2+a}=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2+\sqrt{x^2+a}\right)\left(x^2-\sqrt{x^2+a}+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-\sqrt{x^2+a}+1=0\ (*)$$

យើងតាង: $t=\sqrt{x^2+a}>1\Leftrightarrow t^2=x^2+a$ នោះសមីការ$(*)$ ទៅជា:

$$t^2-t+1-a=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l} t=\dfrac{1-\sqrt{4a-3}}{2}<1 \text{ មិនយក} \\ t=\dfrac{1+\sqrt{4a-3}}{2} \end{array}\right.\Rightarrow x^2=\frac{1}{2}\left(\sqrt{4a-3}-1\right)$$

$$\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{4a-3}-1\right)}$$

$$\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{4.2002-3}-1\right)}$$

$$\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{8005}-1\right)}$$

ដូចនេះគេបានសមីការមានរឹស: $x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{8005}-1\right)}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\sqrt{3+x^2-x}-\sqrt{2+x-x^2}=1$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $2+x-x^2\ge 0 \Leftrightarrow -1\le x\le 2$

យើងតាង: $t=x^2-x$ នោះសមីការខាងលើទៅជា: $\sqrt{3+t}-\sqrt{2-t}=1$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3+t}=1+\sqrt{2-t} \Leftrightarrow \begin{cases}-3\le t\le 2\\ 3+t=3-t+2\sqrt{2-t}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}-3\le t\le 2\\ \sqrt{2-t}=t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0\le t\le 2\\ 2-t=t^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0\le t\le 2\\ \left[\begin{array}{l}t=1\\ t=-2\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow t=1$$

+បើ $t=1 \Leftrightarrow x^2-x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\\ x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\\ x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$ ។

យើងមានសមីការ: $C.\ \sqrt{(1+x)(2-x)}=1+2x-2x^2$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $-1\le x\le 2$

យើងតាង: $t=\sqrt{2+x-x^2};t\ge 0 \Rightarrow t^2=2+x-x^2$

នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$t=2t^2-3 \Leftrightarrow 2t^2-t-3=0 \Leftrightarrow \begin{cases}t=-1 & \text{មិនយក}\\ t=\dfrac{3}{2}\end{cases}$$

+ចំពោះ $t=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow 2+x-x^2=\dfrac{9}{4}\Leftrightarrow x^2-x+\dfrac{1}{4}=0\Rightarrow x=\dfrac{1}{2}$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\dfrac{1}{2}$ ។

យើងមានសមីការ: $D.\sqrt{x-1}+x-3=\sqrt{2(x-3)^2+2x-2}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x\geq 1$

យើងតាង: $\begin{cases}a=\sqrt{x-1}\geq 0\\ b=x-3\geq -2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^2=x-1\\ b^2=(x-3)^2\end{cases}$

នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$a+b=\sqrt{2b^2+2a^2}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b\geq 0\\ (a+b)^2=2(a^2+b^2)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+b\geq 0\\ (a-b)^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b\geq 0\\ a=b\end{cases}$$

+បើ $a=b$ នោះគេបាន: $\sqrt{x-1}=x-3\Rightarrow x=5$

ដូចនេះគេបានសមីការខាងលើមានរឹស: $x=5$ ។

លំហាត់ទី១៤: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$A.\ (x-3)\sqrt[3]{\frac{3-x}{x-1}}+(x-1)\sqrt[3]{\frac{x-1}{3-1}}=2$$

$$B.\ (x+3)\sqrt{10-x^2}=x^2-x-12$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងសិស្សពូកែប៉ូឡូញ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ (x-3)\sqrt[3]{\frac{3-x}{x-1}}+(x-1)\sqrt[3]{\frac{x-1}{3-1}}=2$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq 3 \end{cases}$

យើងតាង: $t=\sqrt[3]{\frac{3-x}{x-1}}\Rightarrow\sqrt[3]{\frac{x-1}{3-x}}=\frac{1}{t}$ នោះសមីការទៅជា:

$\Leftrightarrow(3-x)t+(x-1)\frac{1}{t}=2\Leftrightarrow(3-x)t^2-2t+x-1=0$

$\Delta'=1-(3-x)(x-1)=x^2-4x+4=(x-2)^2$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l} t=\frac{1-x+2}{3-x}=1 \\ t=\frac{1+x-2}{3-x}=\frac{x-1}{3-x} \end{array}\right.$$

+បើ $t=1\Leftrightarrow\frac{3-x}{x-1}=1\Leftrightarrow 3-x=x-1\Rightarrow x=2$

+បើ $t=\frac{x-1}{3-x}\Leftrightarrow\frac{3-x}{x-1}=\left(\frac{x-1}{3-x}\right)^3\Leftrightarrow(3-x)^4=(x-1)^4$

$\Leftrightarrow 3-x=x-1\Rightarrow x=2$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=2$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\ (x+3)\sqrt{10-x^2}=x^2-x-12$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $|x|\leq\sqrt{10}$

យើងបានសមីការ: $(x+3)\sqrt{10-x^2}=(x+3)(x-4)$

$\Leftrightarrow (x+3)\left(\sqrt{10-x^2}-x+4\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ \sqrt{10-x^2}=x+4 \end{array}\right.$ មិនយកព្រោះ $|x|\le\sqrt{10}\Rightarrow x-4<0$

$\Rightarrow x=-3$ ជាឫស

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=-3$ ។

លំហាត់ទី១៥: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\ x^2+x+12\sqrt{x+1}=36$

$B.\sqrt{x-1}+\sqrt{x^3+x^2+x+1}=1+\sqrt{x^4-1}$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ត្រៀមប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ x^2+x+12\sqrt{x+1}=36$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x\ge -1$

យើងតាង: $t=\sqrt{x+1};t\ge 0\Rightarrow x=t^2-1$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$\left(t^2-1\right)^2+t^2-1+12t-36=0$

$\Leftrightarrow t^4-t^2+12t-36=0\Leftrightarrow (t-2)\left(t^3+2t^2+3t+18\right)=0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t^3+2t^2+3t+18 \end{array}\right.$ មិនពិតព្រោះ $t\ge 0$

+បើ $t=2$ នោះគេបាន: $x=3$

ដូចនេះសមីការមានរឹសៈ $x = 3$ ។

យើងមានសមីការៈ $B.\sqrt{x-1}+\sqrt{x^3+x^2+x+1}=1+\sqrt{x^4-1}$ ស

សមីការនេះមានន័យកាលណាៈ $x \ge 1$

យើងតាងៈ

$$\begin{cases} a=\sqrt{x-1}\ge 0 \\ b=\sqrt{x^3+x^2+x+1}>0 \end{cases} \Rightarrow a.b=\sqrt{(x-1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}=\sqrt{x^4-1}$$

នោះសមីការខាងលើទៅជាៈ $a+b=1+ab$

$$\Leftrightarrow a(1-b)-(1-b)=0 \Leftrightarrow (1-b)(a-1)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ b=1 \end{array}\right.$$

+ចំពោះ $a=1 \Leftrightarrow \sqrt{x-1}=1 \Rightarrow x=2$

+ចំពោះ $b=1 \Leftrightarrow \sqrt{x^3+x^2+x+1}=1 \Leftrightarrow x\left(x^2+x+1\right)=0 \Rightarrow x=0$ មិនយក

ដូចនេះគេបានសមីការមានរឹសៈ $x = 2$ ។

លំហាត់ទី១៦: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមៈ

$A.\left(x+3\sqrt{x}+2\right)\left(x+9\sqrt{x}+18\right)=168x$

$B.\ \left(\sqrt{x^2+1}-x\right)^5+\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^5=123$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងលំហាត់ប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\left(x+3\sqrt{x}+2\right)\left(x+9\sqrt{x}+18\right)=168x$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x\ge 0$ នោះសមីការអាចសរសេរ:

$$\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}+6\right)=168x$$

$$\Leftrightarrow \left(x+5\sqrt{x}+6\right)\left(x+7\sqrt{x}+6\right)=168x$$

$$\Leftrightarrow \left(x+6\sqrt{x}-\sqrt{x}+6\right)\left(x+6\sqrt{x}+6+\sqrt{x}\right)=168x$$

$$\Leftrightarrow \left(x+6\sqrt{x}+6\right)^2=169x=\left(13\sqrt{x}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+6\sqrt{x}+6=13\sqrt{x} \\ x+6\sqrt{x}+6=-13\sqrt{x} \text{ មិនយកព្រោះ } x\ge 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x-7\sqrt{x}+6=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x}=1 \\ \sqrt{x}=6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=36 \end{array}\right.$$

ដូចនេះគេបានសមីការមានរឹស: $x=1\vee x=36$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)^5+\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^5=123$

ដោយយើងដឹងថា: $\left(\sqrt{x^2+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2+1}+1\right)=1$ នោះយើងតាង:

$t=\sqrt{x^2+1}-1\Rightarrow\sqrt{x^2+1}+1=\dfrac{1}{t}$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$t=\sqrt{x^2+1}-1\Rightarrow\sqrt{x^2+1}+1=\frac{1}{t}$$

$t^5+\frac{1}{t^5}=123\Leftrightarrow t^{10}-123t^5+1=0$ យើងតាង:

$$y=t^5\Rightarrow y^5-123y+1=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=\frac{123-55\sqrt{5}}{2}\\ y=\frac{123+55\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t^5=\frac{123-55\sqrt{5}}{2}=\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^5\\ t^5=\frac{123+55\sqrt{5}}{2}=\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\\ t=\frac{3+\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$

+បើ $t=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\Leftrightarrow\sqrt{x^2+1}-x=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\Leftrightarrow\sqrt{x^2+1}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}+x$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq\frac{\sqrt{5}-3}{2}\\ x^2+1=x^2+\left(3-\sqrt{5}\right)x+\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq\frac{\sqrt{5}-3}{2}\\ x=\frac{\sqrt{5}}{2}\end{cases}\Rightarrow x=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

+បើ $t=\frac{\sqrt{5}+3}{2}\Leftrightarrow\sqrt{x^2+1}-x=\frac{\sqrt{5}+3}{2}$

$$\Leftrightarrow\sqrt{x^2+1}=x+\frac{\sqrt{5}+3}{2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq-\frac{3+\sqrt{5}}{2}\\ x^2+1=x^2+\left(\sqrt{5}+3\right)x+\left(\frac{\sqrt{5}+3}{2}\right)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+1}=x+\frac{\sqrt{5}+3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ x^2+1=x^2+\left(\sqrt{5}+3\right)x+\left(\frac{\sqrt{5}+3}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ x=-\frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow x=-\frac{\sqrt{5}}{2}$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$ ។

លំហាត់ទី១៧: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\ 2\sqrt[3]{(1+x)^2}+3\sqrt[3]{1-x^2}+\sqrt[3]{(1-x)^2}=0$

$B.\ \sqrt{x}+\sqrt{x+2}+2\sqrt{x^2+7x}=35-2x$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងលំហាត់ប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ 2\sqrt[3]{(1+x)^2}+3\sqrt[3]{1-x^2}+\sqrt[3]{(1-x)^2}=0$

យើងចែកអង្គទាំងពីរនិង: $\sqrt[3]{1-x^2}$ នោះយើងបាន:

$2\sqrt[3]{\frac{x+1}{1-x}}+3+\sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}=0$ យើងតាង: $t=\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}=\frac{1}{t}$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $2t+3+\frac{1}{t}=0$

$\Leftrightarrow 2t^2+3t+1=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$

+បើ $t=-1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}}=-1 \Leftrightarrow 1+x=x-1$ មិនពិត

+បើ $t=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1+x}{1-x}=-\frac{1}{8} \Leftrightarrow 8(x+1)=x-1 \Rightarrow x=-\frac{9}{7}$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=-\frac{9}{7}$ ។

យើងមានសមីការ: $\sqrt{x}+\sqrt{x+7}+2\sqrt{x^2+7x}=35-2x$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $0\le x\le \frac{35}{2}$ នោះសមីការអាចសរសេរ:

$\sqrt{x}+\sqrt{x+7}+2\sqrt{x^2+7x}+2x=35$ យើងតាង:

$t=\sqrt{x}+\sqrt{x+7}\,; t>0 \Rightarrow t^2=2x+7+2\sqrt{x^2+7x}$

$\Rightarrow 2x+2\sqrt{x^2+7x}=t^2-7$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$t+t^2-7=35 \Leftrightarrow t^2+t-42=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-7 \text{ មិនយក} \\ t=6 \end{array}\right.$

+បើ $t=6 \Leftrightarrow \sqrt{x}+\sqrt{x+7}=6 \Leftrightarrow 2x+7+2\sqrt{x^2+7x}=36$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+7x}=29-2x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0\le x\le \frac{29}{2} \\ 4\left(x^2+7x\right)=4x^2-116x+29^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le \dfrac{29}{2} \\ x = \dfrac{29^2}{144} \end{cases}$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x = \left(\dfrac{29}{12}\right)^2$ ។

"ពេលបំពេញកិច្ចការអ្វីមួយមិនថាតូចតាចប៉ុណ្ណាក្តី ចូរដាក់ចិត្ត ប្រមូលអារម្មណ៍ និង បញ្ញារបស់អ្នក"ឡ

លំហាត់ទី១៨:ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\sqrt{x^2+2x}+\sqrt{2x-1}=\sqrt{3x^2+4x+1}$

$B.\sqrt[3]{\dfrac{2x}{x+1}}+\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2x}}=2$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាប្រលងនៅប្រទេសចិនប្រជាមានិត

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\sqrt{x^2+2x}+\sqrt{2x-1}=\sqrt{3x^2+4x+1}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x \ge \dfrac{1}{2}$ យើងតាង:

$$\begin{cases} a=\sqrt{2x-1}\ge 0 \\ b=\sqrt{3x^2+4x+1}\ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 2x-1 \\ b^2 = 3x^2+4x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=\sqrt{2x-1}\ge 0 \\ b=\sqrt{3x^2+4x+1}\ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2=2x-1 \\ b^2=3x^2+4x+1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2+b^2=3x^2+6x=3\left(x^2+2x\right)$$

$$\Rightarrow x^2+2x=\frac{a^2+b^2}{3}$$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{3}}=b-a$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b-a\ge 0 \\ \frac{a^2+b^2}{3}=(b-a)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b\ge a \\ a^2+b^2-3ab=0\ (*) \end{cases}$$

+ករណី: $b\ge a \Leftrightarrow \sqrt{3x^2+4x+1}\ge\sqrt{2x-1}$

$\Leftrightarrow 3x^2+2x+2\ge 0\,\forall x\in IR$ នោះ $(*)$ $a^2-3ba+b^2=0$

$$\Delta=9b^2-4b^2=5b^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=\frac{3b-\sqrt{5}b}{2} \\ a=\frac{3b+\sqrt{5}b}{2} \end{array}\right.$$

+បើ $a=\frac{3-\sqrt{5}}{2}b$ នោះយើងបាន: $\sqrt{2x-1}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\sqrt{3x^2+4x+1}$

$$\Leftrightarrow 2x-1=\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\left(3x^2+4x+1\right)$$

$$\Leftrightarrow 3\left(7-3\sqrt{5}\right)x^2+4\left(6-3\sqrt{5}\right).+9-3\sqrt{5}=0$$

យើងដោះស្រាយសមីការនេះយើងបាន: $x=\frac{\left(3\sqrt{5}-6\right)4}{6\left(7-3\sqrt{5}\right)}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

+បើ $x=\frac{3+\sqrt{5}}{2}b \Leftrightarrow \sqrt{2x-1}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}.\sqrt{3x^2+4x+1}$

$\Leftrightarrow 2x-1=\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\left(3x^2+4x+1\right)$

$\Leftrightarrow 3\left(7+3\sqrt{5}\right)x^2+4\left(6+3\sqrt{5}\right)x+9+3\sqrt{5}=0$

យើងដោះស្រាយសមីការនេះយើងបាន: $x=\frac{4\left(6+3\sqrt{5}\right)}{6\left(7+3\sqrt{5}\right)}=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ មិនយក

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\sqrt[3]{\frac{2x}{x+1}}+\sqrt[3]{\frac{1}{2}+\frac{1}{2x}}=2$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x\neq 0$ យើងតាង: $t=\sqrt[3]{\frac{2x}{1+x}}\Rightarrow\sqrt[3]{\frac{1+x}{2x}}=\frac{1}{t}$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $t+\frac{1}{t}=2\Rightarrow t=1\Leftrightarrow\frac{2x}{1+x}=1\Rightarrow x=1$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=1$ ។

លំហាត់ទី១៩: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\sqrt{5x^2+14x+9}-\sqrt{x^2-x-20}=5\sqrt{x+1}$

$B.5\sqrt{1+x^3}=2\left(x^2+2\right)$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងចូលមធ្យមសិក្សាក៏រិតពីប្រទេសចិន

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\sqrt{5x^2+14x+9}-\sqrt{x^2-x-20}=5\sqrt{x+1}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា:

$$\begin{cases}5x^2+14x+9\ge 0\\ x^2-x-20\ge 0\\ x\ge -1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le -\frac{9}{5}\\ x\ge -1\end{array}\right.\\ x\ge 5\vee x\le -4\Leftrightarrow x\ge 5\\ x\ge -1\end{cases}$$

នោះសមីការខាងលើអាចសរសេរ: $\sqrt{5x^2+14x+9}=\sqrt{x^2-x-20}+5\sqrt{x+1}$

$$\Leftrightarrow\sqrt{(x+1)(5x+1)}=\sqrt{(x+4)(x-5)}+5\sqrt{x+1}$$

$$\Leftrightarrow(x+1)(5x+9)=(x+4)(x-5)+25(x+1)+10\sqrt{(x+1)(x+4)(x+5)}$$

$$\Leftrightarrow 2\left(x^2-4x-5\right)+3(x+4)=5\sqrt{\left(x^2-4x-5\right)(x+4)}$$

យើងតាង: $\begin{cases}a=\sqrt{x^2-4x-5}\\ b=\sqrt{x+4}\end{cases}$ នោះសមីការនេះទៅជា:

$$2a^2+3b^2=5a\Leftrightarrow 2a^2-5ba+3b^2=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=b\\ a=\frac{3b}{2}\end{array}\right.$$

+បើ $a=b\Leftrightarrow\sqrt{x^2-4x-5}=\sqrt{x+4}\Leftrightarrow x^2-4x-5=x+4$

$$\Leftrightarrow x^2-5x-9=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{5+\sqrt{61}}{2}\\ x=\frac{5-\sqrt{61}}{2}\ \text{មិនយក}\end{array}\right.$$

+បើ $a=\frac{3}{2}b\Leftrightarrow\sqrt{x^2-4x-5}=\frac{3}{2}\sqrt{x+4}\Leftrightarrow 4\left(x^2-4x-5\right)=9\left(x+4\right)$

$\Leftrightarrow 4x^2-25x-56=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=8\\ x=-\frac{7}{4}\text{ មិនយក}\end{array}\right.$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\frac{5+\sqrt{61}}{2}\vee x=8$ ។

យើងមានសមីការ: $B.5\sqrt{1+x^3}=2\left(x^2+2\right)$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x\geq -1$ នោះគេអាចសរសេរ:

$\Leftrightarrow 5\sqrt{(x+1)\left(x^2-x+1\right)}=2\left(x^2+2\right)$ យើងតាង:

$\begin{cases}a=\sqrt{x+1}\geq 0\\ b=\sqrt{x^2-x+1}\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=x+1\\ b^2=x^2-x+1\end{cases}\Rightarrow a^2+b^2=x^2+2$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $5ab=2\left(a^2+b^2\right)$

$\Leftrightarrow 2a^2-5ab+2b^2=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=\frac{b}{2}\\ a=2b\end{array}\right.$

+បើ $a=\frac{b}{2}\Leftrightarrow 2\sqrt{x+1}=\sqrt{x^2-x+1}$

$\Leftrightarrow x+1=4\left(x^2-x+1\right)\Leftrightarrow x^2-5x-3=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{5-\sqrt{37}}{2}\\ x=\frac{5+\sqrt{37}}{2}\end{array}\right.$

+បើ $a=2b\Leftrightarrow\sqrt{x+1}=2\sqrt{x^2-x+1}$

$\Leftrightarrow x+1=4\left(x^2-x+1\right)$

$\Leftrightarrow 4x^2-5x+3=0$ គ្មានរឹស

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\dfrac{5\pm\sqrt{37}}{2}$

" បរាជ័យជាពេលវេលា ឈប់សំរាកសំរាប់បន្តដំណើរទៅមុខទៀត"

លំហាត់ទី២០: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\ \sqrt[3]{7x+1}-\sqrt[3]{x^2-x-8}+\sqrt[3]{x^2-8x-1}=2$

$B.\left(x+3\sqrt{x}+2\right)\left(x+9\sqrt{x}+18\right)=120\sqrt{x}$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងនៅប្រទេសបារាំង

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ \sqrt[3]{7x+1}-\sqrt[3]{x^2-x-8}+\sqrt[3]{x^2-8x-1}=2$

យើងតាង: $\begin{cases} a=\sqrt[3]{7x+1} \\ b=-\sqrt[3]{x^2-x-8} \\ c=\sqrt[3]{x^2-8x-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^3=7x+1 \\ b^3=-\left(x^2-x-8\right) \\ c^3=x^2-8x-1 \end{cases}$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $a+b+c=2 \Rightarrow (a+b+c)^3=8(*)$

យើងពិនិត្យសមីការ: $a^3+b^3+c^3=8$ (ការបូកអង្គទាំងអស់) $(**)$

តាម $(*)$ និង $(**)$ គេបាន: $(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3$

$\Leftrightarrow a^3+b^3+c^3=(a+b)^3+c^3+3(a+b)^2c+3c^2(a+b)$

$\Leftrightarrow a^3+b^3+c^3=a^3+b^3+c^3+3a^2b+3ab^2+3a^2c+3b^2c$

$+6abc+3c^2a+3c^2b$

$\Leftrightarrow a^2b+ab^2+a^2c+b^2c+c^2a+c^2b+2abc=0$

$$\Leftrightarrow (a+b)(b+c)(c+a)=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=-b \\ b=-c \\ c=-a \end{array}\right.$$

+បើ $b=-c\Leftrightarrow \sqrt[3]{7x+1}=\sqrt[3]{x^2-x-8}\Leftrightarrow 7x+1=x^2-x-8$

$$\Leftrightarrow x^2-8x-9=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=9 \end{array}\right.$$

+បើ $b=-c\Leftrightarrow \sqrt[3]{x^2-x-8}=\sqrt[3]{x^2-8x-1}\Rightarrow x=1$

+បើ $c=-a\Leftrightarrow \sqrt[3]{x^2-8x-1}=-\sqrt[3]{7x+1}\Leftrightarrow x^2-8x-1=-7x-1$

$$\Leftrightarrow x^2-x=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានសំណុំរឺស: $x=\{-1,0,1,9\}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\left(x+3\sqrt{x}+2\right)\left(x+9\sqrt{x}+18\right)=120\sqrt{x}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x\geq 0$ ។ សមីការនេះអាចសរសេរ:

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}+6\right)=120\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow \left[\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+6\right)\right]\left[\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)\right]=120\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow \left(x+7\sqrt{x}+6\right)\left(x+5\sqrt{x}+6\right)=120\sqrt{x}$

យើងចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនិង $\sqrt{x}$ នោះគេបាន:

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}+\frac{6}{\sqrt{x}}+7\right)\left(\sqrt{x}+\frac{6}{\sqrt{x}}+5\right)=120$$

យើងតាង: $t=\sqrt{x}+\frac{6}{\sqrt{x}}$; $t\geq 2\sqrt{6}$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$(t+7)(t+5)=120\Leftrightarrow t^2+12t-85=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=-17 \text{ មិនយក}\\ t=5\end{array}\right.$$

+បើ $t=5\Leftrightarrow\sqrt{x}+\frac{6}{\sqrt{x}}=5\Leftrightarrow x-5\sqrt{x}+6=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\ x=9\end{array}\right.$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=4\vee x=9$ ។

" តើក្នុងជីវិតមនុស្សម្នាក់ មានបរាជ័យប៉ុន្មានដង និង ជោគជ័យប៉ុន្មានដង?"ឡ

លំហាត់ទី២១: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\ 2x^2+\sqrt{x-1}+2x\sqrt{1-x^2}=1$

$B.\ 1+\frac{3}{2}\sqrt{x-x^2}=\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងលំហាត់ប្រលងនៅប្រទេសអ៊ុយក្រែន

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ 2x^2+\sqrt{x-1}+2x\sqrt{1-x^2}=1$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $-1\le x\le 1$ ។ សមីការនេះអាចសរសេរ:

$\sqrt{1-x}=1-2x^2-2x\sqrt{1-x^2}$

$\Rightarrow 1-x=1+4x^4+4x^2\left(1-x^2\right)-4x^2+8x^3\sqrt{1-x^2}-4x\sqrt{1-x^2}$

$\Rightarrow x\left(1+8x^2\sqrt{1-x^2}-4\sqrt{1-x^2}\right)=0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 1+8x^2\sqrt{1-x^2}-4\sqrt{1-x^2}=0(*) \end{array}\right.$

យើងតាង: $t=\sqrt{1-x^2};t\ge 0$ នោះគេបាន: $x^2=1-t^2$

នោះសមីការ $(*)$ ទៅជា: $8\left(1-t^2\right)t-4t+1=0$

$\Leftrightarrow 8t^3-4t-1=0\Leftrightarrow\left(t+\frac{1}{2}\right)\left(8t^2-4t-2\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t+\frac{1}{2}=0 \text{ មិនយកព្រោះ } t\ge 0 \\ 4t^2-2t-1=0\Rightarrow t=\frac{1+\sqrt{5}}{4} \end{array}\right.$

+បើ $t=\frac{1+\sqrt{5}}{4}\Leftrightarrow x^2=1-\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)^2=\frac{5-\sqrt{5}}{8}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$

ដូចនេះយើងបានសមីការមានរឹស: $x=0\vee x=-\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.1+\frac{3}{2}\sqrt{x-x^2}=\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $0\le x\le 1$ យើងតាង: $t=\sqrt{x}+\sqrt{1-x};t>0$

$\Rightarrow t^2=1+2\sqrt{x-x^2}\Rightarrow\sqrt{x-x^2}=\dfrac{t^2-1}{2}$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$1+\frac{3}{4}\left(t^2-1\right)=t\Leftrightarrow 3t^2-4t+1=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$$

+បើ $t=1\Leftrightarrow\sqrt{x}+\sqrt{1-x}=1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\end{array}\right.$

+បើ $t=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\sqrt{x}+\sqrt{1-x}=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow x+2\sqrt{x(1-x)}+1-x=\dfrac{1}{9}$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x(1-x)}=-\dfrac{8}{9}\Leftrightarrow\sqrt{x-x^2}=-\dfrac{8}{18}$ មិនយក

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=0\vee x=1$ ។

លំហាត់ទី២២: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\left(x+5\right)\left(2-x\right)=3\sqrt{x^2+3x}$

$B.\sqrt[3]{(2-x)^2}+\sqrt[3]{(7+x)^2}=3+\sqrt[3]{(7+x)(2-x)}$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទីក្រុងស៊ាងហៃប្រទេសចិន

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\left(x+5\right)\left(2-x\right)=3\sqrt{x^2+3x}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\left[\begin{array}{l}x\le -3\\ x\ge 0\end{array}\right.$ សមីការនេះយើងអាចសរសេរ:

$\Leftrightarrow -\left(x^2+3x\right)+10=3\sqrt{x^2+3x}$ យើងតាង: $t=\sqrt{x^2+3x};t\geq 0$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $t^2+3t-10=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-5 \text{ មិនយក} \\ t=2 \end{array}\right.$

+បើ $t=2\Leftrightarrow \sqrt{x^2+3x}=2\Leftrightarrow x^2+3x-4=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-4 \end{array}\right.$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=1,x=-4$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\sqrt[3]{(2-x)^2}+\sqrt[3]{(7+x)^2}=3+\sqrt[3]{(7+x)(2-x)}$

យើងតាង: $\begin{cases} a=\sqrt[3]{2-x} \\ b=\sqrt[3]{7+x} \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} a^3=2-x \\ b^3=7+x \end{cases}\Rightarrow a^3+b^3=9$

នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2-ab=3 \\ a^3+b^3=9 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2-ab=3 \\ (a+b)\left(a^2+b^2-ab\right)=9 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2-ab=3 \\ a+b=3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ (a+b)^3-3ab=3 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ ab=2 \end{cases}$

នោះយើងបាន a,b ជារឹសនៃសមីការនោះតាមវ្យែតយើងបានសមីការ:

$X^2-3X+2=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} X=1 \\ X=2 \end{array}\right.\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}\vee \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$

+ចំពោះ $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{2-x}=1 \\ \sqrt[3]{7+x}=2 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1 \end{cases}\Rightarrow x=1$

+ចំពោះ $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{2-x}=2 \\ \sqrt[3]{7+x}=1 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} x=-6 \\ x=-6 \end{cases}\Rightarrow x=-6$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=-6;x=1$ ។

លំហាត់ទី២៣: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\ x-2\sqrt{x-1}-\sqrt{x}(x-1)+\sqrt{x^2-x}=0$

$B.\ x^2+4x+5=2\sqrt{2x+3}$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងចូលមធ្យមសិក្សាកំរិតពីរវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ x-2\sqrt{x-1}-\sqrt{x}(x-1)+\sqrt{x^2-x}=0$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x-1\geq 0\Rightarrow x\geq 1$

សមីការខាងលើអាចសរសេរ: $\Leftrightarrow\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2+\sqrt{x(x-1)}\left(1-\sqrt{x-1}\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}-1-\sqrt{x(x-1)}\right)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x-1}=1\\ \sqrt{x-1}-1-\sqrt{x(x-1)}=0\end{array}\right.$$

+ចំពោះ $\sqrt{x-1}=1\Rightarrow x=2$

+ចំពោះ $\sqrt{x-1}-1-\sqrt{x(x-1)}=0$ យើងតាង:

$f=\sqrt{x-1}-1-\sqrt{x(x-1)};x\geq 1$

$$\Rightarrow f'=\frac{1}{2\sqrt{x-1}}-\frac{2x-1}{2\sqrt{x(x-1)}}=\frac{\sqrt{x}-2x+1}{2\sqrt{x(x-1)}}<0\,\forall x\geq 1$$

$\Rightarrow f_{\max}=f(1)=-1<0$

$\Rightarrow f<0\,\forall x\geq 1$ មិនយកព្រោះមិនផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

ដូចនេះគេបានសមីការមានរឹស: $x=2$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\ x^2+4x+5=2\sqrt{2x+3}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $2x+3\geq 0\Rightarrow x\geq -\frac{3}{2}$

យើងតាង: $t=\sqrt{2x+3}\,;t\geq 0\Rightarrow t^2=2x+3\Rightarrow x=\frac{1}{2}\left(t^2-3\right)$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $\frac{1}{4}\left(t^2-3\right)^2+2\left(t^2-3\right)+5=2t$

$\Leftrightarrow t^4+2t^2-8t+5=0\Leftrightarrow (t-1)\left(t^3+t^2+3t+5\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=1 \\ t^3+t^2+3t+5=0 \text{ មិនពិតចំពោះ}\forall t\geq 0\end{array}\right.$

$\Rightarrow t=1$

$+$បើ $t=1\Leftrightarrow\sqrt{2x+3}=1\Rightarrow x=-1$

ដូចនេះគេបានសមីការមានរឹស: $x=-1$ ។

លំហាត់ទី២៤: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\ x+\sqrt{4-x^2}=2+3x\sqrt{4-x^2}$

$B.\ x^2+3x+1=(x-3)\sqrt{x^2+1}$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងសិស្សពូកែ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ x+\sqrt{4-x^2}=2+3x\sqrt{4-x^2}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $-2 \le x \le 2$ យើងតាង:

$t = x + \sqrt{4-x^2}; |t| \le 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow t^2 = 4 + 2x\sqrt{4-x^2} \Rightarrow x\sqrt{4-x^2} = \frac{1}{2}(t^2-4)$

យើងបានសមីការខាងលើទៅជា: $t = 2 + \frac{3}{2}(t^2-4) \Leftrightarrow 3t^2 - 2t - 8 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -\frac{4}{3} \\ t = 2 \end{array}\right.$ យើងពិនិត្យចំពោះករណីនីមួយៗ

+បើ $t = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow x + \sqrt{4-x^2} = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} = -x - \frac{4}{3}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x-\frac{4}{3} \ge 0 \\ 4-x^2 = x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \le x \le -\frac{4}{3} \\ 2x^2 + \frac{8}{3}x - \frac{20}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \le x \le -\frac{4}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x = \frac{-2-\sqrt{14}}{3} \\ x = \frac{14-2}{3} \text{ មិនយក} \end{array}\right. \end{cases}$$

+ចំពោះ $t = 2 \Leftrightarrow x + \sqrt{4-x^2} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} = 2 - x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ 4-x^2 = x^2 - 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x = 0 \vee x = 2 \vee x = \frac{-2-\sqrt{14}}{3}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\ x^2 + 3x + 1 = (x-3)\sqrt{x^2+1}$

យើងតាង: $t = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow t^2 = x^2 + 1$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$t^2-(x+3)t+3x=0$

$$\Delta=(x+3)^2-12x=(x-3)^2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{x+3+x-3}{2}\\ t=\dfrac{x+3-x+3}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=x\\ t=3\end{array}\right.$$

+បើ $t=x\Rightarrow x^2+1=x^2$ មិនពិត

+បើ $t=3\Leftrightarrow x^2+1=9\Rightarrow x=\pm2\sqrt{2}$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\pm2\sqrt{2}$ ។

លំហាត់ទី២៥: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\sqrt{x+1}+\sqrt{4-x}+\sqrt{(x+1)(4-x)}=5$

$B.\sqrt[3]{x^2-7x+8}+\sqrt[3]{x^2-6x+7}-\sqrt[3]{2x^2-13x-12}=3$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងប្រជែងនៅប្រទេសបារាំង១៩៧០

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\sqrt{x+1}+\sqrt{4-x}+\sqrt{(x+1)(4-x)}=5$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $-1\le x\le 4$

យើងតាង: $t=\sqrt{x+1}+\sqrt{4-x};t>0\Rightarrow t^2=5+2\sqrt{(x+1)(4-x)}$

នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$t+\frac{t^2-5}{2}=5\Leftrightarrow t^2+2t-15=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-5 \text{ មិនយក}\\ t=3\end{array}\right.$$

+បើ $t=3 \Leftrightarrow \sqrt{x+1}+\sqrt{4-x}=3 \Leftrightarrow 5+2\sqrt{(x+1)(4-x)}=9$

$\Leftrightarrow (x+1)(4-x)=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=0; x=3$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\ \sqrt[3]{x^2-7x+8}+\sqrt[3]{x^2-6x+7}-\sqrt[3]{2x^2-13x-12}=3$

យើងតាង: $\begin{cases} a=\sqrt[3]{x^2-7x+8} \\ b=\sqrt[3]{x^2-6x+8} \\ c=-\sqrt[3]{2x^2-13x-12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^3=x^2-7x+8 \\ b^3=x^2-6x+8 \\ c^3=-2x^2+13x+12 \end{cases}$

$\Rightarrow a^3+b^3+c^3=27$ ដោយសមីកាខាងលើ $a+b+c=3$

$\Leftrightarrow (a+b+c)^3=27$ នោះគេបាន: $(a+b+c)=a^3+b^3+c^3$

$\Leftrightarrow (a+b)(b+c)(c+a)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-b \\ b=-c \\ c=-a \end{array}\right.$

+បើ $a=-b \Leftrightarrow \sqrt{x^2-7x+8}=-x^2+6x-7 \Leftrightarrow x^2-7x+8=-x^2+6x-7$

$\Leftrightarrow 2x^2-13x+15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3}{2} \\ x=5 \end{array}\right.$

+បើ $b=-c \Leftrightarrow \sqrt[3]{x^2-6x+7}=\sqrt[3]{2x^2-13x-12}$

$\Leftrightarrow x^2-6x+7=2x^2-13x-12 \Leftrightarrow x^2-7x-19=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{7-5\sqrt{5}}{2} \\ x=\dfrac{7+5\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

+បើ $c=-a \Leftrightarrow \sqrt{2x^2-13x-12}=\sqrt{x^2-7x+8} \Leftrightarrow x^2-6x-20=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3-\sqrt{29} \\ x=3+\sqrt{29} \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\frac{3}{2}; x=5; x=\frac{7\pm5\sqrt{5}}{2}; x=3\pm\sqrt{29}$ ។

លំហាត់ទី២៦: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.10\sqrt[3]{x^3+8}=3\left(x^2-x+6\right)$

$B.x^3+\sqrt{\left(1-x^2\right)^3}=x\sqrt{2\left(1-x^2\right)}$

ដកស្រង់ពីលំហាត់ប្រលងនៅប្រទេសសូវៀត

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.10\sqrt[3]{x^3+8}=3\left(x^2-x+6\right)$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x\geq 2$ សមីការនេះអាចសរសេរ:

$$\Leftrightarrow 10\sqrt{(x+2)\left(x^2-2x+4\right)}=3\left(x^2-x+6\right)$$

យើងតាង:

$$\begin{cases} a=\sqrt{x+2}\geq 0 \\ b=\sqrt{x^2-2x+4}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2=x+2 \\ b^2=x^2-2x+4 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2=x^2-x+6$$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $10ab=3\left(a^2+b^2\right)\Leftrightarrow 3a^2-10ab+3b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\frac{b}{3}\\ a=3b\end{array}\right.$

+បើ $a=\frac{b}{3}\Leftrightarrow 3\sqrt{x+2}=\sqrt{x^2-2x+4}\Leftrightarrow 9\left(x+2\right)=x^2-2x+4$

$$\Leftrightarrow x^2-11x-14=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{11-\sqrt{177}}{2}\\ x=\frac{11+\sqrt{177}}{2}\end{array}\right.$$

+បើ $a=3b\Leftrightarrow\sqrt{x+2}=3\sqrt{x^2-2x+4}\Leftrightarrow x+2=3\left(x^2-2x+4\right)$

$\Leftrightarrow 9x^2-19x+34=0$ គ្មានរឹស

ដូចនេះសមីកាមានរឹស: $x=\frac{11\pm\sqrt{177}}{2}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\,x^3+\sqrt{\left(1-x^2\right)^3}=x\sqrt{2\left(1-x^2\right)}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $1-x^2\ge 0\Leftrightarrow -1\le x\le 1$

យើងតាង: $x=\cos t;t\in\left[0;\pi\right]\Rightarrow\sin t\ge 0$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$\cos^3 t+\sqrt{\left(1-\cos^2 t\right)^3}=\cos t\sqrt{2\left(1-\cos^2 t\right)}$$

$$\Leftrightarrow\cos^3 t+\sin^3 t=\sqrt{2}\cos t.\sin t$$

$$\Leftrightarrow\left(\cos t+\sin t\right)\left(1-\sin t\cos t\right)=\sqrt{2}\sin t\cos t$$

យើងតាង: $y=\sin t+\cos t=\sqrt{2}\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right);\ 0\le t\le\pi;\ y\in\left[-1,\sqrt{2}\right]$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $y\left(1-\frac{y^2-1}{2}\right)-\sqrt{2}\,\frac{y^2-1}{2}=0$

$$\Leftrightarrow y\left(3-y^2\right)-\sqrt{2}\left(y^2-1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow y^3+\sqrt{2}y^2-3y-\sqrt{2}=0$$

$$\Leftrightarrow \left(y-\sqrt{2}\right)\left(y^2+2\sqrt{2}y+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\sqrt{2} \\ y^2+2\sqrt{2}y+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2}-1 \text{ មិនយក} \\ y=-\sqrt{2}+1 \end{array}\right.$$

+បើ $y=\sqrt{2}\Leftrightarrow\sqrt{2}\sin\left(t+\dfrac{\pi}{2}\right)=\sqrt{2}\Leftrightarrow t=\dfrac{\pi}{4}+2\pi k$

$\Rightarrow x=\cos t=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

+បើ $y=-\sqrt{2}+1\Leftrightarrow\sqrt{2}\sin\left(t+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\sqrt{2}+1\Leftrightarrow\sin t+\cos t=1-\sqrt{2}$

$$\left(\sin t=\sqrt{1-\cos^2 t}=\sqrt{1-x^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{1-x^2}=1-\sqrt{2}-x\Leftrightarrow\begin{cases} x\le 1-\sqrt{2} \\ 1-x^2=3-2\sqrt{2}-2\left(1-\sqrt{2}\right)x+x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} -1\le x\le 1-\sqrt{2} \\ 2x^2-2\left(1-\sqrt{2}\right)x+2-2\sqrt{2}=0 \end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{1-\sqrt{2}-\sqrt{2\sqrt{2}-1}}{2}$$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\vee x=\dfrac{1-\sqrt{2}-\sqrt{2\sqrt{2}-1}}{2}$ ។

" កូនល្អស្តាប់ម៉ែ សិស្សពូកែស្តាប់គ្រូ"

លំហាត់ទី២៧: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$A.\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}=\frac{35}{12}$$

$$B.\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}}\left[\sqrt{(1+x)^3}-\sqrt{(1-x)^3}\right]=\frac{2}{\sqrt{3}}+\sqrt{\frac{1-x^2}{3}}$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងសិស្សពូកែអន្តរជាតិ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}=\frac{35}{12}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $-1<x<1 \vee x\neq 0$

យើងតាង: $x=\cos t; 0<t<\pi \vee t\neq \frac{\pi}{2}$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $\frac{1}{\cos t}+\frac{1}{\sqrt{1-\cos^2 t}}=\frac{35}{12} \Leftrightarrow \frac{1}{\cos t}+\frac{1}{\sin t}=\frac{35}{12}$

$\Leftrightarrow 12(\sin t+\cos t)-35\sin t\cos t=0\,(*)$

យើងតាង: $y=\sin t+\cos t; -1<y<\sqrt{2} \vee y\neq 1$ នោះសមីការទៅជា:

$$12y-35\frac{y^2-1}{2}=0 \Leftrightarrow 35y^2-24y-35=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-\frac{5}{7} \\ y=\frac{7}{5} \end{array}\right.$$

$+$បើ $y=-\frac{5}{7} \Leftrightarrow \sin t+\cos t=-\frac{5}{7} \Leftrightarrow x+\sqrt{1-x^2}=-\frac{5}{7}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} = -\frac{5}{7} - x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < x \le -\frac{5}{7} \\ 1 - x^2 = x^2 + \frac{25}{49} + \frac{10}{7}x \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x \le -\frac{5}{7} \\ 2x^2 + \frac{10}{7}x - \frac{24}{49} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-5-\sqrt{73}}{14}$$

+បើ $y = \frac{7}{5} \Leftrightarrow \sin t + \cos t = \frac{7}{5} \Leftrightarrow x + \sqrt{1-x^2} = \frac{7}{5}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} = \frac{7}{5} - x \Leftrightarrow \begin{cases} x \le \frac{7}{5} \\ 1 - x^2 = x^2 - \frac{14}{5}x + \frac{49}{25} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x \le \frac{7}{5} \\ 2x^2 - \frac{14}{5}x + \frac{24}{25} = 0 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3}{5} \\ x = \frac{4}{5} \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x = \frac{-5-\sqrt{73}}{14} \vee x = \frac{3}{5}; x = \frac{4}{5}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}}\left[\sqrt{(1+x)^3} - \sqrt{(1-x)^3}\right] = \frac{2}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{1-x^2}{3}}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $-1 \le x \le 1$

យើងតាង: $x = \cos t; 0 \le t \le \pi \Rightarrow \sin t \ge 0$ នោះសមីការមានន័យកាលណា:

$$\sqrt{1+\sqrt{1-\cos^2 t}}\left[\sqrt{(1+\cos t)^3} - \sqrt{(1-\cos t)^3}\right] = \frac{2}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{1-\cos^2 t}{3}}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{1+\sin t}\sqrt{2}\left(\cos^3\frac{t}{2} - \sin^3\frac{t}{2}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{\sin t}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{t}{2}+\sin\frac{t}{2}\right)\left(\cos\frac{t}{2}-\sin\frac{t}{2}\right)\left(1+\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}\right)=\frac{2+\sin t}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{6}\cos t\left(1+\frac{1}{2}\sin t\right)=2+\sin t$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{6}\cos t(2+\sin t)-2(2+\sin t)=0$$

$$\Leftrightarrow (2+\sin t)\left(\sqrt{6}\cos t-1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \cos t=\frac{1}{\sqrt{6}}\Rightarrow x=\frac{1}{\sqrt{6}}$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ ។

លំហាត់ទី២៨: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\ \sqrt{1-x^2}+2\sqrt[3]{1-x^2}=3$

$B.\ 64x^6-112x^4+56x^2-7=2\sqrt{1-x^2}$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ \sqrt{1-x^2}+2\sqrt[3]{1-x^2}=3$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $-1\le x\le 1$ យើងតាង:

$x=\sin t; -\dfrac{\pi}{2}\le t\le\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow \sin t\ge 0$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$\sqrt{1-\sin^2 t}+2\sqrt[3]{1-\sin^2 t}=3\Leftrightarrow \cos t+2\sqrt[3]{\cos^2 t}-3=0$

យើងតាង: $y=\sqrt[3]{\cos^2 t}; 0\le y\le 1\Rightarrow \cos t=y^3\Leftrightarrow \sqrt[3]{\cos^2 t}=y^2$

នោះសមីការនេះទៅជា: $y^3+2y^2-3=0\Leftrightarrow (y-1)\left(y^2+3y+3\right)=0$

$\Leftrightarrow y=1 \Leftrightarrow \cos t=1 \Rightarrow x=0$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=0$ ។

យើងមានសមីការ: $B.64x^6-112x^4+56x^2-7=2\sqrt{1-x^2}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $-1\le x\le 1$

យើងតាង: $x=\cos t;\ t\in[0;\pi]$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$64\cos^6 t-112\cos^4 t+56\cos^2 t-7=2\sqrt{1-\cos^2 t}$

$\Leftrightarrow 64\cos^6 t-112\cos^4 t+56\cos^2 t-7=2\sin t$

$\Leftrightarrow 64\cos^7 t-112\cos^5 t+56\cos^3 t-7\cos t=2\sin t\cos t$

តាមរូបមន្ត: $\cos 3t=4\cos^3 t-3\cos t$ និង $\sin 3t=3\sin t-4\sin^3 t$

នោះគេបាន: $\cos 4t=\cos(3t+t)=8\cos^4 t-8\cos^2 t+1$

$\cos 5t=\cos(4t+t)=16\cos^5 t-20\cos^3 t+5\cos t$

$\cos 6t=\cos(5t+t)=32\cos^6 t-48\cos^4 t+18\cos^2 t-1$

$\cos 7t=\cos(6t+t)=64\cos^7 t-112\cos^5 t+56\cos^3 t-7\cos t$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $\cos 7t=\sin 2t=\cos\left(\frac{\pi}{2}-2t\right)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7t=\frac{\pi}{2}-2t+2k\pi \\ 7t=2t-\frac{\pi}{2}+2k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} t=\frac{\pi}{18}+\frac{2k\pi}{9} \\ t=-\frac{\pi}{2}+\frac{2k\pi}{5} \end{array}\right.$$

+បើ $t=\frac{\pi}{18}+\frac{2k\pi}{9};0\le t\le\pi \Rightarrow 0\le\frac{\pi}{18}+\frac{2k\pi}{9}\le\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4}\le x\le\frac{17}{4}$

$\Rightarrow m\in\{0;1;2;3;4\} \Rightarrow t\in\left\{\frac{\pi}{18};\frac{5\pi}{18};\frac{\pi}{2};\frac{13\pi}{18};\frac{17\pi}{18}\right\}$

ដោយ $\cos t\ne 0 \Rightarrow t\ne\frac{\pi}{2}$ នោះចំលើយខាងលើដែលផ្ទៀងផ្ទាត់:

$x=\cos\frac{\pi}{18};x=\cos\frac{5\pi}{18};x=\cos\frac{13\pi}{18};x=\cos\frac{17\pi}{18}$

+បើ $t=-\frac{\pi}{2}+\frac{2k\pi}{5};0\le -\frac{\pi}{2}+\frac{2k\pi}{5}\le\pi\Leftrightarrow\frac{1}{4}\le k\le\frac{11}{4}$

$\Rightarrow m=\{1;2\}\Rightarrow t\in\left\{\frac{3\pi}{10};\frac{7\pi}{10}\right\}\Rightarrow x=\cos\frac{3\pi}{10};x=\cos\frac{7\pi}{10}$

ដូចនេះសមីការមានរឹស:

$x=\cos\frac{\pi}{18};x=\cos\frac{3\pi}{10};x=\cos\frac{5\pi}{18};x=\cos\frac{7\pi}{10};x=\cos\frac{13\pi}{18};x=\cos\frac{17\pi}{18}$ ។

លំហាត់ទី២៩: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\ x^2+3\sqrt{x^2-1}=\sqrt{x^4-x^2+1}$

$B.\ \left(\sqrt{x^2+1}+2\right)^4+\left(\sqrt{x^2+1}-4\right)^4=272$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ x^2+3\sqrt{x^2-1}=\sqrt{x^4-x^2+1}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x^2-1\ge 0\Leftrightarrow |x|\ge 1$

យើងតាង: $x=\frac{1}{\cos t};t\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right)\cup\left[\frac{\pi}{2};\pi\right)$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$\frac{1}{\cos^2 t}+3\sqrt{\frac{1}{\cos^2 t}-1}=\sqrt{\frac{1}{\cos^4 t}-\frac{1}{\cos^2 t}+1}$$

$\Leftrightarrow 1+\tan^2 t+3|\tan t|=\sqrt{(1+\tan^2 t)^2-(1+\tan^2 t)+1}$

$\Leftrightarrow \tan^2 t+3|\tan t|+1=\sqrt{\tan^4 t+\tan^2 t+1}$

យើងតាង: $y=|\tan t|; y\geq 0$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$y^2+3y+1=\sqrt{y^4+y^2+1}$ (*)

ដោយ: $y^4+3y+1=(y^2+1)^2-y^2=(y^2-y+1)(y^2+y+1)$

នោះសមីការ(*) ទៅជា:

$2\sqrt{(y^2+y+1)^2}-\sqrt{(y^2-y+1)^2}=\sqrt{(y^2-y+1)(y^2+y+1)}$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{\frac{y^2+y+1}{y^2-y+1}}-\sqrt{\frac{y^2-y+1}{y^2+y+1}}=1$$

យើងតាង: $u=\sqrt{\frac{y^2+y+1}{y^2-y+1}}>0$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$2u-\frac{1}{u}-1=0\Leftrightarrow 2u^2-u-1=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} u=1 \\ u=-\frac{1}{2} \text{ មិនយក} \end{array}\right.$

+បើ $u=1\Leftrightarrow \frac{y^2+y+1}{y^2-y+1}=1\Leftrightarrow y=0\Rightarrow \tan t=0\Rightarrow t=0\vee t=\pi$

$\Rightarrow x=1\vee x=-1$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=-1; x=1$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\left(\sqrt{x^2+1}+2\right)^4+\left(\sqrt{x^2+1}-4\right)^4=272$

យើងតាង: $x=\tan t; t\neq \frac{\pi}{2}+k\pi\,(k\in IZ)$ នោះសមីការទៅជា:

$\left(\sqrt{1+\tan^2 t}+2\right)^4+\left(\sqrt{1+\tan^2 t}-4\right)^4=272$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{|\cos t|}+2\right)^4+\left(\frac{1}{|\cos t|}-4\right)^4=272$

យើងតាង: $u=\frac{1}{|\cos t|}; u\ge 1$ នោះសមីការនេះទៅជា:

$(u+2)^4+(u-4)=272$ (*) យើងតាង: $y=u-1$ ដែល

$(y+3)^4-(y-3)^4=272 \Leftrightarrow 2y^4+108y^2-110=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y^2=1 \\ y^2=-\frac{110}{2} \text{ មិនយក} \end{array}\right. \Rightarrow y=1 \Rightarrow u=2$

$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 t}=4 \Rightarrow 1+\tan^2 t=4 \Rightarrow x^2=3 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$

ដូចនេះសមីករមានរឹស: $x=\pm\sqrt{3}$ ។

លំហាត់ទី៣០: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\ \frac{1}{1-\sqrt{1-x}}+\frac{1}{1+\sqrt{1+x}}=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$B.\ x+\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}=\frac{3\sqrt{5}}{2}$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាជ្រើសរើសសិស្សពូកែវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\ \frac{1}{1-\sqrt{1-x}}+\frac{1}{1+\sqrt{1+x}}=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

សមីការខាងលើមានន័យកាលណា: $-1<x<1$

យើងតាង: $x=\cos t; t\in(0;\pi)$ នោះសមីការទៅជា:

$$\frac{1}{1-\sqrt{1-\cos t}}+\frac{1}{1+\sqrt{1+\cos t}}=\frac{1}{\sqrt{1-\cos^2 t}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{1-\sqrt{2}\sin\frac{t}{2}}+\frac{1}{1+\sqrt{2}\cos\frac{t}{2}}=\frac{1}{\sin t}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2+\sqrt{2}\left(\cos\frac{t}{2}-\sin\frac{t}{2}\right)}{1+\sqrt{2}\left(\cos\frac{t}{2}-\sin\frac{t}{2}\right)-\sin t}.\sin t=1$$

យើងតាង: $y=\cos\frac{t}{2}-\sin\frac{t}{2}=\sqrt{2}\cos\left(\frac{t}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$ ដោយ $0<t<\pi$ និង

$y\in(-1;1)\Rightarrow y^2=1-\sin t\Rightarrow \sin t=1-y^2$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$\frac{\left(2+\sqrt{2}y\right)\left(1-y^2\right)}{1+\sqrt{2}y-\left(1-y^2\right)}=1\Leftrightarrow\left(2+\sqrt{2}y\right)\left(1-y^2\right)-y^2-\sqrt{2}y=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}y^3+3y^2-2=0\Leftrightarrow\left(y-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\sqrt{2}y^2+4y+2\sqrt{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \sqrt{2}y^2+4y+2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \left(y+\sqrt{2}\right)^2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ y=-\sqrt{2}\text{ មិនយក}\end{array}\right.$$

+យើងតាង: $y=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\sqrt{2}\cos\left(\frac{t}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\cos\left(\frac{t}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{t}{2}+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{3}+2k\pi\\ \frac{t}{2}+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{3}+2k\pi\end{array}\right.(k\in IZ)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{\pi}{6}+4k\pi\\ t=-\frac{7\pi}{6}+4k\pi\end{array}\right.$$

ដោយ $t\in(0;\pi)\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}$ នោះ $x=\cos t=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\ x+\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$ សមីការមានន័យកាលណា: $|x|>1$

យើងតាង: $x=\dfrac{1}{\cos t};t\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\cup\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$\frac{1}{\cos t}+\frac{\frac{1}{\cos t}}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 t}-1}}=\frac{3\sqrt{5}}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{\cos t}+\frac{\frac{1}{\cos t}}{|\tan t|}=\frac{3\sqrt{5}}{2}(*)$$

+ចំពោះ $0<t<\dfrac{\pi}{2}$ នោះ $\tan t>0$ សមីការ $(*)\Leftrightarrow\dfrac{1}{\cos t}+\dfrac{1}{\sin t}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

$\Leftrightarrow 2(\sin t+\cos t)=3\sqrt{5}\sin t\cos t\,(**)$ យើងតាង:

$y=\sin t+\cos t=\sqrt{2}\sin\left(t+\dfrac{\pi}{4}\right)$ ដោយ $0<t<\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow y=\left(1;\sqrt{2}\right]$

នោះសមីការ $(**)$ ទៅជា: $2y=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}\left(y^2-1\right)\Leftrightarrow 3\sqrt{5}y^2-4y-3\sqrt{5}=0$

$\Leftrightarrow y=\dfrac{3}{\sqrt{5}}$ នោះតាម $(**)$ គេបាន: $\sin t\cos t=\dfrac{2}{3\sqrt{5}}.\dfrac{3}{\sqrt{5}}=\dfrac{2}{5}$

$$\Rightarrow\frac{1}{x}\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}=\frac{2}{5}\Rightarrow 5\sqrt{x^2-1}=2x^2\left(\text{ដោយ } 0<t<\frac{\pi}{2}\Rightarrow\cos t>0\Rightarrow x>1\right)$$

$$\Rightarrow 25\left(x^2-1\right)=4x^4\Leftrightarrow 4x^4-25x^2+25=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=\frac{5}{4}\\x^2=5\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\sqrt{5}}{2}\\x=\sqrt{5}\end{array}\right.$$

+ចំពោះ $\dfrac{\pi}{2}<t<\pi$ នោះ $\tan t<0$ នោះ $x<-1$ នោះតាមសមីការ $(*)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos t}-\frac{1}{\sin t}=\frac{3\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow 2(\sin t-\cos t)=3\sqrt{5}\sin t\cos t \ (i)$$

យើងតាង: $y=\sin t-\cos t=\sqrt{2}\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right)$ ដែល $1<y\le\sqrt{2}$

តាមសមីការ (i) គេបាន:

$$2y=\frac{3\sqrt{5}}{2}\left(1-y^2\right) \Leftrightarrow 3\sqrt{5}y^2+4y-3\sqrt{5}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-\frac{3}{\sqrt{5}} \text{ មិនយក} \\ y=\frac{\sqrt{5}}{3} \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\frac{\sqrt{5}}{2} \vee x=\sqrt{5}$ ។

លំហាត់ទី៣១: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

$$A.\sqrt{1+\sqrt{1-4x^2}}=x\left(1+\sqrt{1+\sqrt{1+2\sqrt{1-4x^2}}}\right)$$

$$B.\sqrt{1-2x}+\sqrt{1+2x}=\sqrt{\frac{1-2x}{1+2x}}+\sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងសិស្សពូកែអន្តរជាតិ១៩៨៨

ចម្លើយ

យើងមានសមីការ: $A.\sqrt{1+\sqrt{1-4x^2}}=x\left(1+\sqrt{1+\sqrt{1+2\sqrt{1-4x^2}}}\right)$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\begin{cases} x>0 \\ 1-4x^2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<x\le\frac{1}{2}$

យើងតាង: $x=\frac{1}{2}\cos t$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$2\sqrt{1+\sqrt{1-\cos^2 t}}=\cos t\left(1+\sqrt{1+2\sqrt{1-\cos^2 t}}\right)\left(t\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{1+\sin t}=\cos t\left(1+\sqrt{1+2\sin t}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{\left(\sin\frac{t}{2}+\cos\frac{t}{2}\right)^2}=\left(\cos\frac{t}{2}-\sin\frac{t}{2}\right)\left(\cos\frac{t}{2}+\sin\frac{t}{2}\right)\left(1+\sqrt{1+2\sin t}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\sin\frac{t}{2}+\cos\frac{t}{2}\right)=\left(\cos\frac{t}{2}-\sin\frac{t}{2}\right)\left(\cos\frac{t}{2}+\sin\frac{t}{2}\right)\left(1+\sqrt{1+2\sin t}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2=\left(\cos\frac{t}{2}-\sin\frac{t}{2}\right)\left(1+\sqrt{1+2\sin t}\right);\left(0\le t\le\frac{\pi}{2}\Rightarrow\cos\frac{t}{2}+\sin\frac{t}{2}>0\right)$$

យើងតាង:

$$t=\cos\frac{t}{2}-\sin\frac{t}{2}\Rightarrow\sin t=1-y^2;\left(0\le t\le\frac{\pi}{2}\Rightarrow y\in[0;1]\right)$$

នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$2=y\left[1+\sqrt{1+2\sqrt{2\left(1-y^2\right)}}\right]\Leftrightarrow 2-y=y\sqrt{3-2y^2}$$

$$\Leftrightarrow(2-y)^2=y^2\left(3-2y^2\right)\Leftrightarrow 2y^4-2y^2-4y+4=0$$

$$\Leftrightarrow(y-1)\left(y^3+y^2-2\right)=0\Leftrightarrow(y-1)^2\left(y^2+2y+2\right)=0\Rightarrow y=1$$

+បើ $y=1\Rightarrow\cos\frac{t}{2}-\sin\frac{t}{2}=1\Rightarrow t=0;\left(0\le t\le\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow x=\frac{1}{2}$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=\frac{1}{2}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\sqrt{1-2x}+\sqrt{1+2x}=\sqrt{\frac{1-2x}{1+2x}}+\sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$

យើងតាង: $x=\frac{1}{2}\cos t$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$\sqrt{1-\cos t}+\sqrt{1+\cos t}=\sqrt{\frac{1-\cos t}{1+\cos t}}+\sqrt{\frac{1+\cos t}{1-\cos t}}$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\left(\sin\frac{t}{2}+\cos\frac{t}{2}\right)=\tan\frac{t}{2}+\cot\frac{t}{2}$ ដោយក្នុង $(0<t<\pi)$ នោះ

យើងបាន: $\sin\frac{t}{2};\cos\frac{t}{2};\tan\frac{t}{2};\cot\frac{t}{2}$ វិជ្ជមាននោះគេបាន:

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\left(\sin\frac{t}{2}+\cos\frac{t}{2}\right)\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}-1=0$ យើងតាង:

$y=\sin\frac{t}{2}+\cos\frac{t}{2};y\in\left[1;\sqrt{2}\right]$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$\Leftrightarrow \sqrt{2}y^3-\sqrt{2}y-2=0\Leftrightarrow\left(y-\sqrt{2}\right)\left(y^2+\sqrt{2}y+1\right)=0$

$\Leftrightarrow y=\sqrt{2}\Rightarrow \sin\frac{t}{2}+\cos\frac{t}{2}=\sqrt{2}\Leftrightarrow t=\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=0$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=0$ ។

" គ្មាននណាម្នាក់ដែលមិនជួបការបរាជ័យទេ តែគ្រាន់តែគេហ៊ាន ចាប់ផ្តើមឡើងវិញវិទេ"

លំហាត់ទី៣២: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$A.\left(\sqrt{1+x}\right)\left(\sqrt{1-x}+1\right)=2x$

$B.\sqrt{1-\frac{x}{2}}+\sqrt{1+\frac{x}{2}}=\frac{x^2}{2\sqrt{2}}$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រទេសចិន

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\left(\sqrt{1+x}\right)\left(\sqrt{1-x}+1\right)=2x$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $-1\le x\le 1$ ដោយ: $\left(\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2}}\right)^2=1$

យើងតាង:

$$\begin{cases}\sqrt{1+x}=\sqrt{2}\sin\alpha\ge 0\\ \sqrt{1-x}=\sqrt{2}\cos\alpha\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]\\ x=1-2\cos^2\alpha=\left(1-\sqrt{2}\cos x\right)\left(1+\sqrt{2}\cos\alpha\right)\end{cases}$$

នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$\left(\sqrt{2}\sin\alpha-1\right)\left(\sqrt{2}\cos\alpha+1\right)=2\left(1-\sqrt{2}\cos\alpha\right)\left(1+\sqrt{2}\cos\alpha\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{2}\cos\alpha+1\right)\left(\sqrt{2}\sin a-1-2+2\sqrt{2}\cos\alpha\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{2}}\ \text{មិនយក}\\ \sqrt{2}\sin\alpha-3+2\sqrt{2}\cos\alpha=0\end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\alpha = 3-2\sqrt{2}\cos\alpha \Leftrightarrow 2\sin^2\alpha = 9-12\sqrt{2}\cos\alpha + 8\cos^2\alpha$

$\Leftrightarrow 10\cos^2\alpha - 12\sqrt{2}\cos\alpha + 7 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ \cos\alpha = \dfrac{7\sqrt{2}}{10}\end{array}\right.$$

+បើ $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sqrt{1-x} = \sqrt{2}\cos\alpha = 1 \Rightarrow x = 0$

+បើ $\cos\alpha = \dfrac{7\sqrt{2}}{10} \Rightarrow x = -\dfrac{24}{25}$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x = 0 \vee x = -\dfrac{24}{25}$ ។

យើងមានសមីការ: $B.\sqrt{1-\dfrac{x}{2}} + \sqrt{1+\dfrac{x}{2}} = \dfrac{x^2}{2\sqrt{2}}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\begin{cases}1-\dfrac{x}{2} \ge 0\\ 1+\dfrac{1}{x} \ge 0\end{cases} \Leftrightarrow -2 \le x \le 2$

ដោយ $\left(\dfrac{\sqrt{1-\frac{x}{2}}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1$ យើងតាង: $\begin{cases}\sqrt{1-\dfrac{x}{2}} = \sqrt{2}\cos\alpha \ge 0\\ \sqrt{1+\dfrac{x}{2}} = \sqrt{2}\cos\alpha \ge 0\end{cases}$

ម្យ៉ាងទៀត:

$$-\left(\sqrt{2}-\frac{x^2}{2\sqrt{2}}\right)+\sqrt{2} = -\left(\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}x^2}{4}\right)+\sqrt{2} = -\sqrt{2}\left(1-\frac{x}{2}\right)\left(1+\frac{x}{2}\right)+\sqrt{2}$$

នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$\sqrt{2}(\sin\alpha+\cos\alpha)=\sqrt{2}-\sqrt{2}2\sin^2\alpha.2\cos^2\alpha$

$\Leftrightarrow \sin\alpha+\cos\alpha=(1-\sin 2\alpha)(1+\sin 2\alpha)$

$\Leftrightarrow \sin\alpha+\cos\alpha=(1-\sin 2\alpha)(\sin\alpha+\cos\alpha)^2$

$\Leftrightarrow (1-\sin\alpha)(\sin\alpha+\cos\alpha)-1=0 \quad \left(0\le\alpha\le\frac{\pi}{4}\Rightarrow \sin\alpha+\cos\alpha>0\right)$

យើងតាង: $y=\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$

ដោយ $0\le\alpha\le\frac{\pi}{2}\Rightarrow y=\left[1,\sqrt{2}\right]$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$\left[1-\left(y^2-1\right)\right]y-1=0\Leftrightarrow\left(2-y^2\right)y-1=0$

$\Leftrightarrow (y-1)\left(y^2+y-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=1\\ y^2+y-1=0\end{array}\right.$ មិនពិតព្រោះ $\forall y\in\left[1,\sqrt{2}\right]$

+បើ $y=1\Leftrightarrow\sin\alpha+\cos\alpha=1\Rightarrow\sqrt{1-\frac{x}{2}}+\sqrt{1+\frac{x}{2}}=\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow 2+2\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}=2\Leftrightarrow x=\pm 2$

ដូចនេះគេបានសមីការមានឫស: $x=\pm 2$ ។

"គ្មានសុបិនណាមួយ ប្រែក្លាយជាការពិតទេ បើសិនជាអ្នកមិនក្រោកឡើងធ្វើការ"ឡ

លំហាត់ទី៣៣: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$A.\sqrt{1-ax}-\sqrt{1+ax}=x$$

$$B.2\sqrt{a+x}-\sqrt{1+ax}=\sqrt{a-x+\sqrt{x(a+x)}}$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងប្រជែងនៅខេត្តហ៊ឺប៉ីនៃប្រទេសចិន

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $A.\sqrt{1-ax}-\sqrt{1+ax}=x$

+បើ $a=0$ នោះគេបានសមីការមានរឹសងាយ $x=0$

+បើ $a\neq 0$ នោះសមីការមានរឹសកាលណា: $\begin{cases}1-ax\geq 0\\1+ax\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow -1\leq ax\leq 1$

យើងតាង: $ax=\cos\alpha\left(0\leq\alpha\leq\pi\right)$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$\sqrt{1-\cos\alpha}-\sqrt{1+\cos\alpha}=\frac{\cos\alpha}{a}$$

$$\Leftrightarrow a\sqrt{2}\left(\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}\right)=\left(\cos\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}\right)\left(\cos\frac{\alpha}{2}+\sin\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}\right)\left(a\sqrt{2}+\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}=0\\\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}+a\sqrt{2}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=0\ (1)\\\sin\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=-a\quad(2)\end{array}\right.$$

+ចំពោះ $\sin\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{4}=k\pi\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{2}+2k\pi$

ដោយ $0 \le \alpha \le \pi \Rightarrow a = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 0$

+ចំពោះ $\sin\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4}\right) = -a$ ដោយ $0 \le \alpha \le \pi \Rightarrow 0 \le \frac{\alpha}{2} \le \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{4} \le \frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4} \le \frac{3\pi}{4}$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \le \sin\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4}\right) \le 1$$

+បើ: $\left[\begin{array}{l} -a < \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -a > 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a > -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ a < -a \end{array}\right.$ នោះយើងនិងដោះស្រាយសមីការនេះលើ

ពីករណីខាងក្រោម:

+ករណីទី១: $a = -1$ នោះសមីការបាន $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 0$

+ករណីទី២: $-1 \le a \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$ យើងតាង: $-a = \sin\beta$ នោះសមីការខាងលើទៅ

ជា: $\sin\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4}\right) = \sin\beta \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4} = \beta \\ \frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4} = \pi - \beta \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 2\beta - \frac{\pi}{2} \\ a = \frac{3\pi}{2} - 2\beta \end{array}\right.$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} ax = \sin 2\beta = 2\sin\beta\cos\beta \\ ax = -\sin 2\beta = -2\sin\beta\cos\beta \end{array}\right. \Leftrightarrow ax = \pm 2\sin\beta\cos\beta$$

ដោយ $\sin\beta = -a$ និង

$\cos\beta = \pm\sqrt{1-a^2} \Rightarrow ax = \pm 2a\sqrt{1-a^2} \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{1-a^2}$

យើងសន្និដ្ឋាន:

+បើ $\left[\begin{array}{l} a > -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ a \le -1 \end{array}\right.$ នោះសមីការមានរឹស: $x = 0$

$+$បើ$-1 < a \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$ នោះសមីការមានរឹស $\left[\begin{array}{l} x = \pm 2\sqrt{1-a^2} \\ x = 0 \end{array}\right.$

យើងមានសមីការ: $B.2\sqrt{a+x} - \sqrt{1+ax} = \sqrt{a-x+\sqrt{x(a+x)}}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\begin{cases} a+x \ge 0 \\ a-x \ge 0 \\ x(a+x) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le x \le a$

$+$ចំពោះ$a = 0$ នោះសមីការ$\sqrt{2}x - \sqrt{-x} = \sqrt{-x\sqrt{x^2}} \Leftrightarrow x = 0$

$+$ចំពោះ$a > 0$ យើងតាង: $x = a\cos t \ge 0 \Rightarrow t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ នោះសមីការទៅជា:

$$2\sqrt{a(1+\cos t)} - \sqrt{a(1-\cos t)} = \sqrt{a(1-\cos t) + \sqrt{a\cos t(a + a\cos t)}}$$

$$\Leftrightarrow 4(1+\cos t) + (1-\cos t) - 4\sqrt{1-\cos^2 t} = 1 - \cos t + \sqrt{\cos t(1+\cos t)}$$

$$\Leftrightarrow 4\left(\sqrt{1+\cos t} - \sqrt{1-\cos t}\right) = \sqrt{\cos t} \Leftrightarrow 16\left(2 - 2\sqrt{1-\cos^2 t}\right) = \cos t$$

$$\Leftrightarrow 32\sqrt{1-\cos^2 t} = 32 - \cos t$$

$$\Leftrightarrow 1024\left(1-\cos^2 t\right) = 1024 - 64\cos t + \cos^2 t$$

$$\Leftrightarrow 1025\cos^2 t - 64\cos t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos t = 0 \\ \cos t = \frac{64}{1025} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{64a}{1025} \end{array}\right.$$

សន្និដ្ឋានថា:

$+$បើ$a < 0$ នោះសមីការគ្មានរឹស

$+$បើ$a = 0$ នោះសមីការមានរឹស$x = 0$

$+$បើ$a > 0$ នោះសមីការ$x = 0 \vee x = \frac{64a}{1025}$ ។

លំហាត់ទី៣៤: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

A. $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$

B. $x^4 - 4x - 1 = 0$

C. $(x+1)^4 + (x-3)^4 = 32$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងចូលសាលាជាន់ខ្ពស់វិស្វករសំណង់ទីក្រុង Kiev

ចំលើយ

ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

យើងមាន: $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x^2 + 4x + 3) = 0$

នោះយើងបាន:

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \\ x^2 + 4x + 3 = 0 \end{array}\right. \qquad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -1 \\ x = -3 \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $\{-3, -1, 1, 2\}$ ។

យើងមានសមីការ: $x^4 - 4x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow\ x^4+2x^2-2x^2-4x-2+1=0$

$\Leftrightarrow\ \left(x^2+1\right)^2=2\left(x+1\right)^2$

$\Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l} x^2+1=\sqrt{2}\left(x+1\right) \\ x^2+1=-\sqrt{2}\left(x+1\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l} x^2-\sqrt{2}x+1-\sqrt{2}=0 \quad (1) \\ x^2+\sqrt{2}x+1+\sqrt{2}=0 \quad (2) \end{array}\right.$

ចំពោះ: $x^2-\sqrt{2}x+1-\sqrt{2}=0$

$\Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{2}-\sqrt{4\sqrt{2}-2}\right) \\ x=\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{2}+\sqrt{4\sqrt{2}-2}\right) \end{array}\right.$

ចំពោះ: $x^2+\sqrt{2}x+1+\sqrt{2}=0$ សមីការគ្មានរឹស

ដូចនេះសមីការមាន

$\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{2}-\sqrt{4\sqrt{2}-2}\right) \\ x=\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{2}+\sqrt{4\sqrt{2}-2}\right) \end{array}\right.$

<u>យើងមានសមីការ</u>: $\left(x+1\right)^4+\left(x-3\right)^4=32$

យើងតាង: $t=x-1 \Rightarrow x=t+1$ នោះសមីការទៅជា:

$\left(t+2\right)^4+\left(t-2\right)^4=32$

$\Leftrightarrow\ 2t^4+12t^2=0$

$\Leftrightarrow\ 2t^2\left(t^2+6\right)=0$

ដោយៈ $(t^2+6)>0;\forall t\in IR$ នោះគេបានៈ

$t=0$ នោះ $x=1$

ដូចនេះសមីការមានរឹសៈ $x=1$

លំហាត់ទី៣៥: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមៈ

A. $x^4+4=5x(x^2-2)$

B. $(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)=160$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសារប្រលងចូលវិទ្យាស្ថានពហុបច្ចេកទេសVolgagrat

ចំលើយ

យើងមានសមីការៈ $x^4+4=5x(x^2-2)$

$\Leftrightarrow x^4-5x^3+10x+4=0$

$\Leftrightarrow x^2+\frac{4}{x^2}-5\left(x-\frac{2}{x}\right)=0$

តាងៈ $t=x-\frac{2}{x}$ នោះគេបានៈ $t^2=x^2+\frac{4}{x^2}-4$ នោះសមីការ

ទៅជាៈ $t^2+4-5t=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=4 \end{array}\right.$

+ករណីៈ $t=1\Leftrightarrow x-\frac{2}{x}=1\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

+ករណី: $t = 4 \Leftrightarrow x - \frac{2}{x} = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{6} \\ x = 2 + \sqrt{6} \end{cases}$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $\begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = 2 - \sqrt{6} \\ x = 2 + \sqrt{6} \end{cases}$

យើងមានសមីការ: $(x-1)(x+2)(x+3)(x+6) = 160$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+6)(x+2)(x+3) = 160$$

$$\Leftrightarrow (x^2+5x-6)(x^2+5x+6) = 160$$

យើងតាង: $t = x^2 + 5x - 6 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} \geq -\frac{49}{4}$

នោះសមីការទៅជា:

$$t(t+12) = 160 \Leftrightarrow t^2 + 12t - 160 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -20 \text{ មិនយក} \\ t = 8 \end{cases}$$

+ចំពោះ:

$$t = 8 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 6 = 8 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -7 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

ដូចនេះគេបានសមីការមានរឹស: $x = -7, x = 2$

លំហាត់ទី៣៦: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$A. \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} + 3\sqrt{z-2} = \frac{1}{2}(x + y + z + 11)$$

$$B. \sqrt{17 - x^8} + \sqrt{2x^8 - 1} = \sqrt{\frac{99}{2}}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងសិស្សពូកែវៀតណាម១៩៩៤

ចំលើយ

យើងមានសមីការ:

$$A = \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} + 3\sqrt{z-2} = \frac{1}{2}(x + y + z + 11)$$

សមីការមានន័យកាលណា:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 1 \\ z \geq 2 \end{cases}$$ តាមលក្ខខណ្ឌនេះយើងបាន:

$$\sqrt{x}+2\sqrt{y-1}+3\sqrt{z-2}=\frac{1}{2}(x+y+z+11)$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-1\right)^2+\left(\sqrt{y-1}-2\right)^2+\left(\sqrt{z-2}-3\right)^2=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x}-1=0\\ \sqrt{y-1}-2=0\\ \sqrt{z-2}-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\ y=5\\ z=11\end{cases}$$

ដូចនេះគេបានសមីការមានរឹស: $x=1, y=5, z=11$

<u>យើងមានសមីការ</u>: $B=\sqrt{17-x^8}+\sqrt{2x^8-1}=\sqrt{\frac{99}{2}}$

សមីការនេះមានន័យលុះត្រាតែ:

$$\begin{cases}17-x^8\geq 0\\ 2x^8-1>0\end{cases}$$

តាមវិសមភាពBunhiakopskyគេបាន:

$$\sqrt{17-x^8}+\sqrt{2x^8-1}=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{34-2x^8}+\sqrt{2x^8-1}$$

$$\leq\sqrt{\left(\frac{1}{2}+1\right)\left(34-2x^8+2x^8-1\right)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{17-x^8}+\sqrt{2x^8-1}\leq\sqrt{\frac{99}{2}}$$

សមភាពកើតមានឡើងនូវពេល:

$$\sqrt{2}\sqrt{34-2x^8}=\sqrt{2x^8-1}$$

$$\Leftrightarrow 2\left(34-2x^8\right)=2x^8-1 \Leftrightarrow x^8=\frac{69}{6}$$

$$\Rightarrow x=\pm\sqrt[8]{\frac{69}{6}}=\pm\sqrt[8]{\frac{23}{2}}$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\pm\sqrt[8]{\frac{23}{2}}$

លំហាត់ទី៣៧: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$12-3x=\sqrt{3-x}\sqrt{4-x}+\sqrt{4-x}\sqrt{5-x}+\sqrt{5-x}\sqrt{3-x}$$

$$\sqrt{1-2x}+\sqrt{1+2x}=\sqrt{\frac{1-2x}{1+2x}}+\sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}}$$

$$\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{1-x}+\sqrt{x}-\sqrt{1-x}=\sqrt{2}+\sqrt[4]{8}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងសិស្សពូកែនៅប្រទេសជប៉ុន១៩៩៤

ចំលើយ

យើងមានសមីការ:

$$12-3x=\sqrt{3-x}\sqrt{4-x}+\sqrt{4-x}\sqrt{5-x}+\sqrt{5-x}\sqrt{3-x}$$

សមីការនេះមានន័យកាលណា:

$$\begin{cases}3-x\geq 0\\4-x\geq 0\Leftrightarrow x\leq 3\\5-x\geq 0\end{cases}$$

តាមវិសមភាព: Bunhiakopsky គេបាន:

$$\sqrt{3-x}\sqrt{4-x}+\sqrt{4-x}\sqrt{5-x}+\sqrt{5-x}\sqrt{3-x}$$

$$\le \sqrt{(3-x+4-x+5-x)(3-x+4-x+5-x)}$$

$$\le 12-3x$$

សមភាពកើតឡើងពេលណា:

$$\frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{4-x}}=\frac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{5-x}}=\frac{\sqrt{5-x}}{\sqrt{3-x}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{3-x}\sqrt{5-x}=4-x\\ \sqrt{3-x}\sqrt{4-x}=5-x\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(3-x)(5-x)=(4-x)^2\\ (4-x)(3-x)=(5-x)^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}15-8x+x^2=16-8x+x^2\\ (4-x)(3-x)=(5-x)^2\end{cases}$$

យើងមាន: $15-8x+x^2=16-8x+x^2$

$15=16$ មិនពិត

ដូចនេះសមីការគ្មានរឹសទេ។

យើងមានសមីការ:

$$\sqrt{1-2x}+\sqrt{1+2x}=\sqrt{\frac{1-2x}{1+2x}}+\sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}}$$

សមីការនេះមានន័យលុះត្រាតែ: $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$

តាមវិសមភាព: Cauchy នោះគេបាន: $\sqrt{\frac{1-2x}{1+2x}}+\sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}}$

$$\ge \sqrt{\sqrt{\frac{1-2x}{1+2x}}\sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}}}=2\ (1)$$

ម្យ៉ាងទៀតតាមវិសមភាព:Bunhiakopskyនោះគេបាន:

$$\sqrt{1-2x}+\sqrt{1+2x}\le\sqrt{(1+1)\left((1-2x)+(1+2x)\right)}=2\quad(2)$$

តាម(1) និង (2)នោះគេបានសមភាពកើតឡើងនូវពេល:

$$\begin{cases}\sqrt{\dfrac{1-2x}{1+2x}}=\sqrt{\dfrac{1+2x}{1-2x}}\\ \sqrt{1-2x}=\sqrt{1+2x}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 1-2x=1+2x\Leftrightarrow x=0\Leftrightarrow x=0$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=0$

<u>យើងមានសមីការ</u>: $\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{1-x}+\sqrt{x}-\sqrt{1-x}=\sqrt{2}+\sqrt[4]{8}$

ចំពោះ $0\le x\le 1$តាមវិសមភាព: Bunhiakopskyនោះគេបាប:

$$\begin{cases}\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{1-x}\le\sqrt{2\left(\sqrt{x}+\sqrt{1-x}\right)}\le\sqrt{2\sqrt{2(x+1-x)}}=2\sqrt{2}=\sqrt[4]{8}\\ \sqrt{x}+\sqrt{1-x}\le 2\end{cases}$$

$$\Rightarrow\ \sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{1-x}+\sqrt{x}+\sqrt{1-x}\le\sqrt{2}+\sqrt[4]{8}$$

វិសមភាពកើតមានឡើងនូវពេល:

$$\begin{cases}\sqrt{x}=\sqrt{1-x}\\ \sqrt[4]{x}=\sqrt[4]{1-x}\end{cases}\Leftrightarrow x=1-x\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$$

ដូចនេះគេបានសមីការមានរឹស: $x=\dfrac{1}{2}$

"គ្មានជ័យជំនះណាទទួលបានមកដោយគ្មានការអត់ធ្មត់នោះឡើយ"

"ទំពក់ទាទៅ ទើបព្លៅទាជ្រុះ"២

លំហាត់ទី៣៨: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\sqrt{2x^2-1}+\sqrt{x^2-3x-2}=\sqrt{2x^2+2x+3}+\sqrt{x^2-x+2}$$

$$\frac{\sqrt[3]{10-x}+\sqrt[3]{8-x}}{\sqrt[3]{10-x}-\sqrt[3]{8-x}}=9-x$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងសិស្សពូកែអន្តរជាតិ១៩៦៨

ចំលើយ

យើងមានសមីការ:

$$\sqrt{2x^2-1}+\sqrt{x^2-3x-2}=\sqrt{2x^2+2x+3}+\sqrt{x^2-x+2}$$

សមីការនេះមានន័យកាលណា:

$$\begin{cases} 2x^2-1\ge 0 \\ x^2-3x-2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ x\ge \dfrac{3+\sqrt{17}}{2} \end{array}\right.$$

យើងតាង:

$$\begin{cases} a=\sqrt{2x^2-1}\ge 0 \\ b=\sqrt{x^2-3x-2}\ge 0 \\ c=\sqrt{2x^2+2x+3}>0 \\ d=\sqrt{x^2-x+2}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=2x^2-1 \\ b^2=x^2-3x-2 \\ c^2=2x^2+2x+3 \\ d^2=x^2-x+2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2-b^2=x^2+3x+1 \\ c^2-d^2=x^2+3x+1 \end{cases} \Rightarrow a^2-b^2=c^2-d^2$$

តាមសំរាយនេះគេទាញបាន:

$$\begin{cases} a+b=c+d \\ a^2-b^2=c^2-d^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=c+d \\ (a+b)(a-b)=(c-d)(c+d) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=c+d \\ a-b=c-d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=c \\ b=d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=c^2 \\ b^2=d^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-1=2x^2+2x+3 \\ x^2-3x-2=x^2-x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow x=-2$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=-2$

<u>យើងមានសមីការ:</u> $\dfrac{\sqrt[3]{10-x}+\sqrt[3]{8-x}}{\sqrt[3]{10-x}-\sqrt[3]{8-x}}=9-x$

យើងតាង:

$$\begin{cases} a=\sqrt[3]{10-x} \\ b=\sqrt[3]{8-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^3=10-x \Rightarrow a^3+b^3=18-2x \\ b^3=8-x \Rightarrow \frac{1}{2}\left(a^3+b^3\right)=9-x \end{cases}$$

នោះគេបាន: $a^3-b^3=2$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $\begin{cases} a^3-b^3=2 \\ \dfrac{a+b}{a-b}=\dfrac{1}{2}\left(a^3+b^3\right) \end{cases}$

$$\begin{cases} a^3-b^3=2 \\ 2(a+b)=(a-b)(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^3-b^3=2 \\ a+b=0 \end{cases} (I) \vee \begin{cases} a^3-b^3=2 \\ (a-b)\left(a^2-ab+b^2\right)=2 \end{cases} (II)$$

+ចំពោះ $(I)\begin{cases} a^3-b^3=2 \\ b=-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{10-x}=1 \\ \sqrt[3]{8-x}=-1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ \sqrt[3]{8-x}=-1 \end{cases} \Leftrightarrow x=9$$

+ចំពោះ

$$(II)\begin{cases} a^3-b^3=2 \\ (a-b)\left(a^2-ab+b^2\right)=a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^3-b^3=2 \\ a^2-ab+b^2=a^2+ab+b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^3-b^3=2 \\ ab=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^3 - b^3 = 2 \\ a = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} a^3 - b^3 = 2 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^3 = 2 \\ a = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} a^3 = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 - x = 2 \\ 8 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 10 \vee x = 8$$

ដូចនេះគេបានសមីការមានរឹស: $x \in \{8;9;10\}$

លំហាត់ទី៣៩: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\sqrt{x} + \sqrt[4]{x(1-x)^2} + \sqrt[4]{(1-x)^3} = \sqrt{1-x} + \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x^2(1-x)}$$

$$\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}}\left(\sqrt{(1+x)^3} - \sqrt{(1-x)^3}\right) = 2 + \sqrt{1-x^2}$$

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{1-3} + 2\sqrt{(x-1)(x+3)} = 4 - 2x$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងសិស្សពូកែអន្តរជាតិ១៩៧១

ចំលើយ

យើងមានសមីការ:

$$\sqrt{x} + \sqrt[4]{x(1-x)^2} + \sqrt[4]{(1-x)^3} = \sqrt{1-x} + \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x^2(1-x)}$$

ចំពោះ: $0 \le x \le 1$ យើងតាង:

$$\begin{cases} a = \sqrt[4]{x} \ge 0 \\ b = \sqrt[4]{1-x} \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^4 = x \\ b^4 = 1 - x \end{cases} \Rightarrow a^4 + b^4 = 1$$

សមីការខាងលើទៅជា:

$$\begin{cases} a^4 + b^4 = 1 \\ a^2 + ab^2 + b^3 = b^2 + a^3 + a^2b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^4 + b^4 = 1 \\ a^2 - b^2 + ab(b - a) + b^3 - a^3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^4 + b^4 = 1 \\ (b - a)(b^2 + a^2 + 2ab - a - b) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^4 + b^4 = 1 \\ b = a \end{cases} (I) \vee \begin{cases} a^4 + b^4 = 1 \\ (a+b)^2 - (a+b) = 0 \end{cases} (II)$$

+ចំពោះ: $(I) \Leftrightarrow a^4 = b^4 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ 1 - x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

+ចំពោះ: $(II) \Leftrightarrow \begin{cases} a^4 + b^4 = 1 \\ (a+b)(a+b-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^4 + b^4 = 1 \\ a + b = 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[(a+b)^2 - 2ab\right]^2 - 2a^2b^2 = 1 \\ a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1 - 2ab)^2 - 2a^2b^2 = 1 \\ a + b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2b^2 - 4ab = 0 \\ a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = 2 \\ a + b = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} ab = 0 \\ a + b = 1 \end{cases}$$

+យើងមាន: $\begin{cases} ab = 2 \\ a + b = 1 \end{cases}$ តាមវ្យែតនោះ

វាជាផលបូករឹសនិងផលគុណរឹស

នៃសមីការ: $x^2 - x + 2 = 0$ គ្មានរឹសនៃ x ។

+យើងមាន:

$$\begin{cases}ab=0\\a+b=1\end{cases}\vee\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases}\vee\begin{cases}b=0\\a=1\end{cases}\Leftrightarrow\ x=0\vee x=1$$

ដូចនេះគេបានសំនុំចំលើយ: $\left\{0;\frac{1}{2};1\right\}$

<u>យើងមានសមីការ:</u>

$$\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}}\left(\sqrt{(1+x)^3}-\sqrt{(1-x)^3}\right)=2+\sqrt{1-x^2}$$

ចំពោះ: $-1\le x\le 1$

យើងនិងដោះស្រាយសមីការនេះចំពោះពីរករណីខាងក្រោម:

+ករណីទី១:

យើងតាង: $x=\cos\alpha\ ;\alpha\in[0;\pi]\Rightarrow\ \sin\alpha\ge 0$

នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$\sqrt{1+\sqrt{1-\cos^2\alpha}}\left(\sqrt{(1+\cos\alpha)^3}-\sqrt{(1-\cos\alpha)^3}\right)=2+\sqrt{1-\cos^2\alpha}$$

$$\Leftrightarrow\ \sqrt{1+\sin\alpha}\left[2\sqrt{2}\left(\cos^3\frac{\alpha}{2}-\sin^3\frac{\alpha}{2}\right)\right]=2+\sin\alpha$$

$$\Leftrightarrow\ 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\alpha}{2}+\sin\frac{\alpha}{2}\right)\left(\cos\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}\right)\left(1+\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2}\right)=2+\sin\alpha$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\cos a\,(2+\sin a)-(2+\sin a)=0$$

$$\Leftrightarrow (2+\sin a)\left(\sqrt{2}\cos a-1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \cos a=\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

+ករណីទី២:យើងតាង: $\begin{cases} a=\sqrt{1+x} \\ b=\sqrt{1-x} \end{cases}$;

យើងបាន: $0\le a,b\le \sqrt{2} \Rightarrow a^2+b^2=2$

នោះសមីការខាងលើអាចសរសេរ: $\begin{cases} a^2+b^2=2 \\ \sqrt{1+ab}\left(a^3-b^3\right)=2+ab \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=2 \\ \sqrt{1+ab}\,(a-b)\left(a^2+b^2+ab\right)=2+ab \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=2 \\ \sqrt{1+ab}\,(a-b)(2+ab)-(2+ab)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=2 \\ (2+ab)\left[\sqrt{1+ab}\,(a-b)-1\right]=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=2 \\ 2+ab=0 \end{cases} (I) \vee \begin{cases} a^2+b^2=2 \\ \sqrt{1+ab}\,(a-b)=1 \end{cases} (II)$$

+ចំពោះ$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} ab=-2 \\ (a+b)^2-2ab=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab=-2 \\ (a+b)^2=-2 \end{cases}$

មិនយកព្រោះ: $0\le a,b\le \sqrt{2}$

+ចំពោះ

$$(II) \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=2 \\ (1-ab)\left(a^2+b^2-2ab\right)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=2 \\ (1+ab)(2-2ab)=1 \end{cases} (*)$$

យើងតាង: $y=ab$ នោះ $(*) \Leftrightarrow (1+y)(2-2y)=1 \; (y \geq 0)$

$$\Leftrightarrow 2\left(1-y^2\right)=1 \Leftrightarrow y=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow ab=\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{1-x^2}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 1-x^2=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

ដូចនេះគេបានសមីការខាងលើមានរឹស: $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$

<u>យើងមានសមីការ</u>: $\sqrt{x-1}+\sqrt{1-3}+2\sqrt{(x-1)(x+3)}=4-2x$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 4-2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$

យើងតាង:

$$\begin{cases} u=\sqrt{x-1} \geq 0 \\ v=\sqrt{x+3} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^2=x-1 \\ v^2=x+3 \end{cases} \Rightarrow 2x=u^2+v^2-2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u^2+v^2+2uv+u+v=6 \; (*) \\ u^2-v^2=-4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (u+v)^2+u+v-6=0 \\ (u-v)(u-v)=-4 \end{cases}$$

យើងតាង: $a=u+v; a \geq 0$

នោះសមីការ(*)ទៅជា:

$$a^2+a-6=0 \Leftrightarrow a=2 \Rightarrow u+v=2$$

គេទាញបាន:

$$\begin{cases} u+v=2 \\ u-v=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=0 \\ v=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=0 \\ v=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1}=0 \\ \sqrt{x+3}=2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x=1$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=1$

"ការលំបាកនាំអោយយើងចេះស៊ូទ្រាំ ការស៊ូទ្រាំនាំអោយយើងចេះអត់ធ្មត់ ការអត់ធ្មត់នាំអោយយើងមានសេចក្តីសង្ឃឹម"។

លំហាត់ទី១:ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x+1}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x-1}=\frac{101}{10\left(2-\sqrt{3}\right)}$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងចូលសាលាបច្ចេកទេសទីក្រុងមូស្គូ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x+1}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x-1}=\dfrac{101}{10\left(2-\sqrt{3}\right)}$

$$\Leftrightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x}+\frac{\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x}}{2-\sqrt{3}}=\frac{101}{10\left(2-\sqrt{3}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x}=\frac{101}{10}$$

ដោយ $\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)=4-3=1$ នោះយើងតាង:

$t=\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x};t>0\Rightarrow \frac{1}{t}=\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x}$ នោះសមីការទៅជា:

$$t+\frac{1}{t}=\frac{101}{10}\Leftrightarrow 10t^2-101t+10=0$$

$$\Delta=(101)^2-4.10.10=(99)^2\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{101+99}{20}=10 \\ t=\frac{101-99}{20}=\frac{1}{10}\end{array}\right.$$

+បើ $t=10\Leftrightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x}=10\Rightarrow x^2-2x=\log_{2+\sqrt{3}}10$

$$\Leftrightarrow x^2-2x-\frac{1}{\log\left(2+\sqrt{3}\right)}=0$$

$$\Delta'=1+\frac{1}{\log\left(2+\sqrt{3}\right)}=\frac{\log\left(2+\sqrt{3}\right)+1}{\log\left(2+\sqrt{3}\right)}=\frac{\log 10\left(2+\sqrt{3}\right)}{\log\left(2+\sqrt{3}\right)}=\log_{2+\sqrt{3}}10\left(2+\sqrt{3}\right)$$

$$\Rightarrow x=1\pm\sqrt{\log_{2+\sqrt{3}}10\left(2+\sqrt{3}\right)}$$

+បើ $t=\frac{1}{10}\Rightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x}=10^{-1}\Rightarrow x^2-2x=-\log_{2+\sqrt{3}}10$

$\Leftrightarrow x^2-2x+\log_{2+\sqrt{3}}10=0$ គ្មានឫសព្រោះ $\log_{2+\sqrt{3}}10>1$ ។

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x = 1 \pm \sqrt{\log_{2+\sqrt{3}} 10\left(2+\sqrt{3}\right)}$ ។

លំហាត់ទី២: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\left(7+5\sqrt{2}\right)^x + \left(\sqrt{2}-5\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)^x + 3\left(1+\sqrt{2}\right)^x + 1 - \sqrt{2} = 0$$

ប្រលងចូលគរុវិជ្ជាជាន់ខ្ពស់ KOLOMEN

ចំលើយ

យើងមានសមីការ:

$$\left(7+5\sqrt{2}\right)^x + \left(\sqrt{2}-5\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)^x + 3\left(1+\sqrt{2}\right)^x + 1 - \sqrt{2} = 0$$

$$\left(1+\sqrt{2}\right)^3 = 1 + 3\sqrt{2} + 3.2 + \left(\sqrt{2}\right)^3 = 7 + 5\sqrt{2}$$

ដោយ $\left(1+\sqrt{2}\right)^2 = 1 + 2\sqrt{2} + 2 = 3 + 2\sqrt{2}$ យើងតាង:

$t = \left(1+\sqrt{2}\right)^x, t > 0$ នោះគេបាន: $t^2 = \left(3+\sqrt{2}\right)^x$ និង $t^3 = \left(7+5\sqrt{2}\right)^x$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $t^3 + \left(\sqrt{2}-5\right)t^2 + 3t + 1 - \sqrt{2} = 0$

$$\Leftrightarrow (t-1)\left[t^2 + \left(\sqrt{2}-4\right)t + \sqrt{2} - 1\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t-1=0 \\ t^2 + \left(\sqrt{2}-4\right)t + \sqrt{2} - 1 = 0 \end{array}\right.$$

+បើ $t - 1 = 0 \Rightarrow t = 1 \Leftrightarrow \left(1+\sqrt{2}\right)^x = 1 \Rightarrow x = 0$

+បើ $t^2 + \left(\sqrt{2}-4\right)t + \sqrt{2} - 1 = 0$ មាន $\Delta = \left(\sqrt{2}-4\right)^2 - 4\left(\sqrt{2}-1\right)$

$$= 2+16-8\sqrt{2}-4\sqrt{2}+4$$

$$= 22-12\sqrt{2} = \left(2-3\sqrt{2}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{4-\sqrt{2}-2+3\sqrt{2}}{2} = 1+\sqrt{2} \\ t = \dfrac{4-\sqrt{2}+2-3\sqrt{2}}{2} = 3-2\sqrt{2} \end{array}\right.$$

+បើ $t = 1+\sqrt{2} \Rightarrow \left(1+\sqrt{2}\right)^x = 1-\sqrt{2} \Rightarrow x = 1$

+បើ $t = 3-2\sqrt{2} = \left(1-\sqrt{2}\right)^2 = \left(1+\sqrt{2}\right)^{-2}$

$\Rightarrow \left(1+\sqrt{2}\right)^x = \left(1+\sqrt{2}\right)^{-2} \Rightarrow x = -2$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x = -1; x = 0; x = 1$ ។

លំហាត់ទី៣: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\left(\sqrt{5\sqrt{2}-7}\right)^x - 8\left(\sqrt{5\sqrt{2}+7}\right)^x + 7 = 0$$

ប្រលងចូលវិទ្យាស្ថានពហុបច្ចេកទេសនៃទីក្រុង KIEV

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\left(\sqrt{5\sqrt{2}-7}\right)^x - 8\left(\sqrt{5\sqrt{2}+7}\right)^x + 7 = 0$

ដោយ $\left(\sqrt{5\sqrt{2}-7}\right)\left(\sqrt{5\sqrt{2}+7}\right) = \sqrt{50-49} = 1$

យើងតាង: $t = \left(\sqrt{5\sqrt{2}-7}\right)^x ; t > 0$ នោះគេបាន: $\dfrac{1}{t} = \left(\sqrt{5\sqrt{2}+7}\right)^x$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $t - \dfrac{8}{t} + 7 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 7t - 8 = 0$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-8<0 \quad (\text{ចោល}) \end{array}\right.$$ នោះ $t=1 \Rightarrow \left(\sqrt{5\sqrt{2}-7}\right)^x=1 \Leftrightarrow x=0$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=0$ ។

លំហាត់ទី៤: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$3^{x-5}+3^{x-7}+3^{x-9}=45,5+22,75+11,375+.....$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងចូលសាលាជាន់ខ្ពស់អាកាសចរ KAZAN

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $3^{x-5}+3^{x-7}+3^{x-9}=45,5+22,75+11,375+.....$

យើងតាង: $S=45,5+22,75+11,375+.....$ ជាផលបូកស៊ីតធរណីមាត្រ មានតួមិនកំនត់ហើយមានតួទី១ដែលតាងដោយ: $u_1=45,5$ និងមានរេសុងតាងដោយ: $q=0,5=\frac{1}{2}<1$ តាមរូបមន្តផលបូកស៊ីតធរណីមាត្រនោះគេបាន:

$S=\frac{u_1}{1-q}=\frac{45,5}{1-\frac{1}{2}}=91$ នោះសមីការក្លាយទៅជា:

$3^{x-5}+3^{x-7}+3^{x-9}=91 \Leftrightarrow 3^{x-9}\left(3^4+3^2+1\right)=91$

$\Leftrightarrow 3^{x-9}.91=91 \Leftrightarrow 3^{x-9}=1 \Rightarrow x-9=0 \Rightarrow x=9$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=9$ ។

" *បរាជ័យ គឺជាឱកាសដើម្បីបន្តការងារអោយខួរក្បាលវៃឆ្លាតជាងមុន* "ខ Henry Ford.

លំហាត់ទី៥: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងសិស្សពូកែវៀតណាម ១៩៨១

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$ នោះសមីការនេះអាចសរសេរ: $x^{\sqrt{x}}=x^{\frac{x}{2}}$

យើងអនុវត្តន៍រូបមន្ត:

$$\left[f(x)\right]^{U(x)}=\left[f(x)\right]^{V(x)}\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)>0\\ \left[f(x)-1\right]\left[U(x)-V(x)\right]=0\end{cases}$$

នោះយើងបាន: $x^{\sqrt{x}}=x^{\frac{x}{2}}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ (x-1)\left(\sqrt{x}-\dfrac{x}{2}\right)=0\end{cases}$

+បើ $x-1=0\Rightarrow x=1$

+បើ $\sqrt{x}-\dfrac{x}{2}=0\Leftrightarrow\sqrt{x}=\dfrac{x}{2}\Leftrightarrow x=\dfrac{x^2}{4}$

$$\Leftrightarrow x\left(x-\frac{x}{4}\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ 1-\dfrac{x}{4}=0\Rightarrow x=4\end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=1; x=4$ ។

លំហាត់ទី៦: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\left[2\left(2^{\sqrt{x}+3}\right)^{\frac{1}{2\sqrt{x}}}\right]^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}}=4$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាជ្រើសរើសនៃប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\left[2\left(2^{\sqrt{x}+3}\right)^{\frac{1}{2\sqrt{x}}}\right]^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}}=4$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x\geq 0$ នោះសមីការខាងលើអាចសរសេរ:

$$2^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}}+2^{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\left(\frac{2}{\sqrt{x}-1}\right)}=4\Leftrightarrow 2^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}}=4=2^2$$

$$\Leftrightarrow\frac{2\sqrt{x}+\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}=2\Rightarrow 3\sqrt{x}+3=2x-\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow 5\sqrt{x}-2x+3=0\Rightarrow -2\left(\sqrt{x}\right)^2+5\left(\sqrt{x}\right)+3=0$$

យើងតាង: $t=\sqrt{x};t>0$ នោះសមីការខាងលើទៅជា: $-2t^2+5t+3=0$

$$\Delta=25+24=49\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\frac{1}{2}\ \text{មិនយក}\\ t=3\end{array}\right.$$

+ចំពោះ $t=3\Rightarrow\sqrt{x}=3\Rightarrow x=9$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=9$ ។

លំហាត់ទី៧: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\left(\sqrt[3]{3-\sqrt{8}}\right)^x+\left(\sqrt[3]{3+\sqrt{8}}\right)^x=2,5$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងចូល IARASLAV

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\left(\sqrt[3]{3-\sqrt{8}}\right)^x+\left(\sqrt[3]{3+\sqrt{8}}\right)^x=2,5$

ដោយ $\left(\sqrt[3]{3-\sqrt{8}}\right)\left(\sqrt[3]{3+\sqrt{8}}\right)=1$ យើងតាង:

$t=\left(\sqrt[3]{3+\sqrt{8}}\right)^x \Rightarrow \frac{1}{t}=\left(\sqrt[3]{3-\sqrt{8}}\right)^x$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$\frac{1}{t}+t=2,5 \Leftrightarrow t^2-2,5t+1=0 \Leftrightarrow 2t^2-5t+2=0$$

$$\Delta=(-5)^2-4.(2.2)=9 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2} \\ t=\frac{5+3}{4}=2 \end{array}\right.$$

+បើ $t=\frac{1}{2} \Rightarrow \left(\sqrt[3]{3+\sqrt{8}}\right)^x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{3}=\log_{3+\sqrt{8}}\frac{1}{2} \Rightarrow x=3\log_{3+\sqrt{8}}\frac{1}{2}$

+បើ $t=2 \Rightarrow \left(\sqrt[3]{3+\sqrt{8}}\right)^x=2 \Rightarrow \frac{x}{3}=\log_{3+\sqrt{8}}2 \Rightarrow x=3\log_{3+\sqrt{8}}2$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=3\log_{3+\sqrt{8}}\frac{1}{2}, x=3\log_{3+\sqrt{8}}2$ ។

"ពន្លឺជីវិតពិតជាវិជ្ជា ពន្លឺភាពខ្វះពិតជាគំរេះ បើមានចំណេះ នោះចោរខំលួចប្រលងក៏មិនបានដែរ" ។

លំហាត់ទី៨: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$2^x+2^{x+1}+2^{x+2}+2^{x+3}=3^x+3^{x+1}+3^{x+2}+3^{x+3}$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងចូលវិទ្យាស្ថាន IAROSLAV

យើងមានសមីការ: $2^x+2^{x+1}+2^{x+2}+2^{x+3}=3^x+3^{x+1}+3^{x+2}+3^{x+3}$

$$\Leftrightarrow 2^x\left[1+2+2^2+2^3\right]=3^x\left[1+3+3^2+3^3\right]$$

$$\Leftrightarrow 2^x.15=3^x.40$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x=\frac{40}{15}=\frac{8}{3}\Rightarrow x=\log_{\frac{2}{3}}\frac{8}{3}$$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=\log_{\frac{2}{3}}\frac{8}{3}$ ។

លំហាត់ទី៩: កំណត់តំលៃ a ដើម្បីអោយវិសមីការ:

$$x^2\left(2-\log_2\frac{a}{a+1}\right)+2x\left(1+\log_2\frac{a}{a+1}\right)-2\left(1+\log_2\frac{a}{a+1}\right)>0$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាចំរុះក្នុងការប្រលងចូលសាលាអគ្គិសនី NOVOZIBIR

ចំលើយ

វិសមីការនេះមានន័យកាលណា: $\frac{a}{a+1} > 0 \Leftrightarrow a < -1 \vee a > 0$

យើងតាង: $t = 1 + \log_2 \frac{a}{a+1} \Rightarrow \log_2 \frac{a}{1+a} = t - 1$ នោះវិសមីការទៅជា:

$$(3-t)x^2 + 2tx - 2t > 0 \ (*)$$

+ចំពោះ $t = 3$ នោះសមីការ $(*)$ ទៅជា: $6x - 6 > 0 \Rightarrow x > 1$ មិនពិត $\forall x$

+ចំពោះ $t \neq 3$ នោះសមីការ $(*)$ ពិត $\forall x$ លុះត្រាតែ:

$$\begin{cases} 3-t > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t < 3 \\ \Delta' = t^2 + 2t(3-t) = -t^2 + 6t < 0 \end{cases}$$

ដូចនេះយើងបាន:

$$1 + \log_2 \frac{a}{1+a} < 0 \Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{1+a} < -1 \Leftrightarrow 0 < \frac{a}{1+a} < \frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow 0 < a < 1$$

ដូចនេះដើម្បីអោយសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់ $\forall x$ លុះត្រាតែ: $0 < a < 1$ ។

លំហាត់ទី១០: ចូរដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម:

$$\log_{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x}\right)} 2 \leq \log_{\sqrt{x+1}} 2$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសវិសមីការ: $\log_{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x}\right)} 2 \leq \log_{\sqrt{x+1}} 2$

វិសមីការនេះមានន័យកាលណា:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x+1} \neq 1 \\ \sqrt{x+2}-\sqrt{x} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x}\right) \neq 0 \end{cases}$$

យើងអនុវត្តន៍រូបមន្តលោការីត: $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$ នោះវិសមីការទៅជា:

$$\frac{1}{\log_2\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x}\right)} \leq \frac{1}{\log_2 \sqrt{x+1}} \ (*)$$

+ចំពោះ $x > 0$ នោះ $x+1 > 0$ និង $\sqrt{x+1} > 1$ នោះ $\log_2 \sqrt{x+1} > 0$

- បើ $\log_2\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x}\right) < 0$ រឺ $\log_2\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x}\right) < \log_2 1$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+2} < \sqrt{x}+1$$

$$\Leftrightarrow x+2 < x+2\sqrt{x}+1$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{4}$$

- បើ $\log_2\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x}\right) > 0$ រឺ $x < \dfrac{1}{4}$ នោះយើងបាន:

$$\log_2\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x}\right) \geq \log_2 \sqrt{x+1}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+2}-\sqrt{x} \geq \sqrt{x+1}$$

$$\Leftrightarrow 2x+2-2\sqrt{x(x+2)} \geq x+1$$

$$\Leftrightarrow x+1 \geq 2\sqrt{x^2+2x}$$

$$\Leftrightarrow x^2+2x+1 \geq 4x^2+8x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2+6x-1 \leq 0 \Rightarrow 0 < x < \frac{-3+\sqrt{12}}{3}$$

ដូចនេះវិសមីការមានចំលើយ: $0 < x < \frac{-3+\sqrt{12}}{3}$ ។

លំហាត់ទី១១: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$x^{\log^2 x+\log x^3+3}=\frac{2}{\frac{1}{\sqrt{1+x}-1}-\frac{1}{\sqrt{1+x}+x}}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $x^{\log^2 x+\log x^3+3}=\frac{2}{\frac{1}{\sqrt{1+x}-1}-\frac{1}{\sqrt{1+x}+x}}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x>0$

ដោយ: $\frac{1}{\sqrt{1+x}-1}-\frac{1}{\sqrt{1+x}+1}=\frac{2}{x}\Rightarrow\frac{2}{\frac{1}{\sqrt{1+x}-1}-\frac{1}{\sqrt{1+x}+1}}=\frac{2}{\frac{2}{x}}=x$

នោះសមីការខាងលើទៅជា: $x^{\log^2 x+\log x^3+3}=x$

$\Leftrightarrow\left(\log^2 x+\log x^3+3\right)\log x=\log x$

$\Leftrightarrow\left(\log^2 x+3\log x+3\right)\log x=\log x$

$\Leftrightarrow\left(\log^2 x+3\log x+2\right)\log x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log x=0\\ \log^2 x+3\log x+2=0\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log x=0\\ \log x=-1\\ \log x=-2\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=\dfrac{1}{10}\\ x=\dfrac{1}{100}\end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\frac{1}{100}; x=\frac{1}{10}; x=1$ ។

លំហាត់ទី១១: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\frac{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}+1}-\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}-1}}{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}+1}+\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}-1}}=\log_2\left(|x-2|+|x+2|\right)-\frac{11}{9}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងសិស្សពូកែវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ:

$$\frac{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}+1}-\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}-1}}{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}+1}+\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}-1}}=\log_2\left(|x-2|+|x+2|\right)-\frac{11}{9}$$

សមីការនេះមានន័យលុះត្រាតែ: $x>0$ យើងតាង:

$$f(x)=\frac{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}+1}-\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}-1}}{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}+1}+\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}-1}}$$ និង $g(x)=\log_2(|x-2|+|x+2|)-\frac{11}{9}$

+ចំពោះ $f(x)=\frac{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}+1}-\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}-1}}{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}+1}+\sqrt{\frac{1+x^2}{2x}-1}}$ យើងអាចសរសេរ:

$$f(x)=\frac{\sqrt{\frac{(1+x)^2}{2x}}-\sqrt{\frac{(1-x)^2}{2x}}}{\sqrt{\frac{(1+x)^2}{2x}}+\sqrt{\frac{(1-x)^2}{2x}}}=\frac{|1+x|-|1-x|}{|1+x|+|1-x|}$$

$$=\begin{cases} x & \text{បើ } 0<x\le 1 \\ \frac{1}{x} & \text{បើ } x>1 \end{cases}$$

+ចំពោះ $g(x)=\log_2(|x-2|+|x+2|)-\frac{11}{9}$ នោះយើងបាន:

$$g(x)=\begin{cases} \frac{7}{9} & \text{បើ} |x|\le 2 \\ \log_2|x|-\frac{2}{9} & \text{បើ } |x|>2 \end{cases}$$

+បើ $0<x\le 1$ នោះយើងបាន: $f(x)=g(x)\Leftrightarrow x=\frac{7}{9}$ ពិត

+បើ $1<x<2$ នោះយើងបាន: $f(x)=g(x)\Leftrightarrow \frac{1}{x}=\frac{7}{9}\Rightarrow x=\frac{9}{7}$ ពិត

+បើ $x\ge 2$ នោះយើងបាន: $f(x)=g(x)\Leftrightarrow \frac{1}{x}=\log_2|x|-\frac{2}{9}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{2}{9}\le\frac{1}{2}+\frac{2}{9}=\frac{13}{18}<1$ មិនពិតព្រោះ $\log_2|x|\ge 1$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x=\frac{7}{9}; x=\frac{9}{7}$ ។

លំហាត់ទី១២: ចូរដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម:

$$\sqrt{2\left(5^x+24\right)}-\sqrt{\left(5^x-7\right)}\ge\sqrt{5^x+7}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងចូលសាលាIAROSLAV

ចំលើយ

យើងមានវិសមីការ: $\sqrt{2\left(5^x+24\right)}-\sqrt{\left(5^x-7\right)}\ge\sqrt{5^x+7}$

វិសមីការនេះមានន័យកាលណា: $5^x-7\ge 0\Rightarrow 5^x\ge 7\Rightarrow x\ge\log_5 7$

នោះវិសមីការខាងលើអាចសរសេរ: $\sqrt{2\left(5^x+24\right)}\ge\sqrt{5^x+7}+\sqrt{5^x-7}$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេនោះយើងបាន:

$2\left(5^x+24\right)\ge 5^x+7+5^x-7+2\sqrt{5^{2x}-49}$

$\Leftrightarrow 24\ge\sqrt{5^{2x}-49}$

$\Leftrightarrow 576\ge 5^{2x}-49\Leftrightarrow 5^{2x}\le 625\Rightarrow 2x\le\log_5 625=4$

$\Rightarrow x\le 2$

ដូចនេះវិសមីការមានចំលើយ: $\log_5 7\le x\le 2$ ។

លំហាត់ទី១៣: ចូរដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម:

$$\frac{a^x}{a^x-1} > \frac{1+a^{-x}}{1-2a^{-x}}$$ ចំពោះ $a>0; a\neq 1$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងសិស្សពូកែវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានវិសមីការ: $\frac{a^x}{a^x-1} > \frac{1+a^{-x}}{1-2a^{-x}}$ ចំពោះវិសមីការនេះយើងអាច

សរសេរ: $\frac{a^x}{a^x-1} > \frac{a^x+1}{a^x-2}$ $(*)$ យើងតាង: $y=a^x \Rightarrow y>0$ នោះវិសមីការ

ទៅជា: $\frac{y}{y-1} > \frac{y+1}{y-2} \Leftrightarrow \frac{y}{y-1} - \frac{y+1}{y-2} > 0$

$\Leftrightarrow \frac{1-2y}{(y-1)(y-2)} > 0 \Leftrightarrow 0<y<\frac{1}{2} \vee 1<y<2$

+បើ $0<a<1$ នោះយើងបាន: $0<y<\frac{1}{2} \Leftrightarrow a^x<2 \Rightarrow \log_a 2 < x < 0$

+បើ $a>0$ នោះយើងបាន: $0<y<\frac{1}{2} \Leftrightarrow a^x<\frac{1}{2} \Rightarrow x<\log_a\frac{1}{2} \Rightarrow x<-\log_a 2$

$1<y<2 \Leftrightarrow 1<a^x<2 \Rightarrow 0<x<\log_a 2$

យើងនិងសន្និដ្ឋានថា:

+បើ $0<a<1$ នោះវិសមីការមានរឹស: $x>-\log_a 2 \vee \log_a 2 < x < 0$

+បើ $a>0$ នោះវិសមីការមានរឹស: $x<-\log_a 2 \vee 0<x<\log_a 2$ ។

លំហាត់ទី១៤: ចូរដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម:

$$(2a)^{x^2-4x+6}+\left(1-a^2\right)^{x^2-4x+6}\le\left(1+a^2\right)^{x^2-4x+6}$$

ចំពោះ $0<a<1$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

យើងមានវិសមីការ: $(2a)^{x^2-4x+6}+\left(1-a^2\right)^{x^2-4x+6}\le\left(1+a^2\right)^{x^2-4x+6}$

យើងចែកអង្គទាំងពីរនៃវិសមីការនិង: $\left(1+a^2\right)^{x^2-4x+6}>0$ គេបាន:

$\left(\dfrac{2a}{1+a^2}\right)^{x^2-4x+6}+\left(\dfrac{1-a^2}{1+a^2}\right)^{x^2-4x+6}\le 1$ យើងតាង: $a=\tan\dfrac{\alpha}{2}$ ចំពោះ

$0<\dfrac{\alpha}{2}<\dfrac{\pi}{4}$ នោះយើងបាន: $\dfrac{2a}{1+a^2}=\dfrac{2\tan\dfrac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\dfrac{\alpha}{2}}=\sin\alpha$ និង

$\dfrac{1-a^2}{1+a^2}=\dfrac{1-\tan^2\dfrac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\dfrac{\alpha}{2}}=\cos\alpha$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$(\sin\alpha)^{x^2-4x+6}+(\cos\alpha)^{x^2-4x+6}\le 1\ (*)$

ដោយគេមាន: $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ នោះ $0<\sin\alpha<1;\ 0<\cos\alpha<1$

ម្យ៉ាងទៀត: $x^2-4x+6=(x-2)^2+2\ge 2$ នោះយើងបាន:

$$+\begin{cases}(\sin\alpha)^{x^2-4x+6} < (\sin\alpha)^2\,;\ \forall x \\ (\cos\alpha)^{x^2-4x+6} < (\cos\alpha)^2\,;\forall x\end{cases}$$

$$\Rightarrow (\sin\alpha)^{x^2-4x+6} + (\cos\alpha)^{x^2-4x+6} < (\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (\sin\alpha)^{x^2-4x+6} + (\cos\alpha)^{x^2-4x+6} < 1$$

$\Rightarrow (*)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\forall x \in IR$

ដូចនេះវិសមីការមានរឹសលើ $\forall x \in IR$ ។

លំហាត់ទី១៥: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\left(\cos 72^0\right)^x + \left(\cos 36^0\right)^x = 3.2^{-x}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងសិស្សពូកែអន្តរជាតិ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\left(\cos 72^0\right)^x + \left(\cos 36^0\right)^x = 3.2^{-x}$

យើងអាចសរសេរ: $\left(\cos 72^0\right)^x + \left(\cos 36^0\right)^x = \dfrac{3}{2^x}$

$\Rightarrow \left(2\cos 72^0\right)^x + \left(2\cos 36^0\right)^x = 3(*)$

ដោយ: $2\cos 72^0.2\cos 36^0 = \dfrac{4\cos 36^0\cos 72^0\sin 36^0}{\sin 36^0}$

$$= \frac{2\cos 72^0\sin 72^0}{\sin\left(180^0-36^0\right)} = \frac{\sin 144^0}{\sin 144^0} = 1$$

ដូចនេះគេបាន: $\left(2\cos 72^0\right)^x.\left(2\cos 36^0\right)^x = 1(**)$

តាមសមីការ $(*)$ និង $(**)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ:

$\begin{cases}\left(2\cos 72^0\right)^x + \left(2\cos 36^0\right)^x = 3(*) \\ \left(2\cos 72^0\right)^x.\left(2\cos 36^0\right)^x = 1(**)\end{cases}$ នោះតាមវ្យែតគេអាចបានសមីការ:

$$t^2 - 3t + 1 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t_1 = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \\ t_2 = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$ តែដោយ $2\cos 72^0 = 2\sin 18^0 = 2.\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

$$= \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$ ព្រោះ $\sin 18^0 = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x = \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2 \Rightarrow x = 2$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x = \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^{-1} = \left[\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2\right]^{-1} = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{-2}$$

$\Rightarrow x = -2$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x_1 = -2; x_2 = 2$ ។

ឆឈ📖ឈឆ

" ក៏រិយាឧត្តុលខុសត្រូវជាចំនុចខ្លាំងរបស់មនុស្សអស្ចារ្យ " ៗ

លំហាត់ទី១៦: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\left(26+15\sqrt{3}\right)^{x}+2\left(7+4\sqrt{3}\right)^{x}-2\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=1$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងចូលសាកលវិទ្យាល័យ UJCOROV

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\left(26+15\sqrt{3}\right)^{x}+2\left(7+4\sqrt{3}\right)^{x}-2\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=1$

ដោយ: $26+15\sqrt{3}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{3}$, $7+\sqrt{4}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{2}$

ម្យ៉ាងទៀត: $2-\sqrt{3}=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$ នោះយើងតាង: $t=\left(2+\sqrt{3}\right)^{x};t>0$

នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$t^{3}+2t^{2}-\frac{2}{t}=1\Leftrightarrow t^{4}+2t^{3}-t-2=0\Leftrightarrow (t+2)\left(t^{3}-1\right)=0(*)$$

តែដោយសារ: $t>0$ នោះ $(*)$ គេអាចសរសេរ: $t^{3}=1\Rightarrow t=1$

$$\Rightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^{x}=1=\left(2+\sqrt{3}\right)^{0}\Rightarrow x=0$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=0$ ។

"បញ្ហារបស់មនុស្សមិនដូចគ្នាទេ តែមនុស្សមានឱកាសដូចគ្នាដើម្បីបង្កើតនូវបញ្ហា" ៕

លំហាត់ទី១៧: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$|1997-x|^{1998}+|1998-x|^{1997}=1$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងចូលវិទ្យាស្ថានអន្តរជាតិទីក្រុងមូស្គូ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $|1997-x|^{1998}+|1998-x|^{1997}=1$

យើងពិនិត្យឃើញថា: $x=1997$ និង $x=1998$ ជាឫសងាយនៃសមីការ

$+$បើ $x<1997$ នោះសមីការអាចសរសេរ:

$(1997-x)^{1998}+(1998-x)^{1997}=1(*)$ តែ

$x<1997\Rightarrow 1998-x>1\Rightarrow (1998-x)^{1997}>1$

នោះអង្គខាងឆ្វេងនៃ$(*)$ ធំជាង១$\Rightarrow$ $(*)$ គ្មានឫស ។

$+$បើ $x>1998$ ដូចករណីខាងលើដែរយើងបានសមីការគ្មានឫស ។

$+$បើ$1997<x<1998$ នោះសមីការខាងលើអាចសរសេរ:

$(x-1997)^{1998}+(1998-x)^{1997}=1(**)$ តែដោយ

$1997<x<1998\Rightarrow 0<x-1997<1$ និង$0<1998-x<1$

តាមលក្ខខណ្ឌនៃអនុគមន៍ $y=a^x$ ជាអនុគមន៍ចុះលុះត្រា: $0<a<1$ យើងបាន:

$(x-1997)^{1998}<x<x-1997$ និង$(1998-x)^{1997}<1998-x$

ដូចនេះអង្គខាងឆ្វេងនៃសមីការ$(**)$ តូចជាង១$\Rightarrow$ $(**)$ គ្មានឫស ។

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x = 1997; x = 1998$ ។

លំហាត់ទី១៨: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$1 + 2^{\tan x} = 3.4^{\frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}{\cos x}}$$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងវិញ្ញាសានៃប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $1 + 2^{\tan x} = 3.4^{\frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}{\cos x}}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}; k \in IZ \ (*)$

យើងមាន: $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}{\sqrt{2}\cos x} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x}{\sqrt{2}\cos x} = \frac{1}{2}(1 - \tan x)$

$\Rightarrow 4^{\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\frac{1}{\cos x}} = 2^{1 - \tan x} = \frac{2}{2^{\tan x}}$ នោះយើងបាន:

$$1 + 2^{\tan x} = 3.4^{\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\frac{1}{\cos x}} \Leftrightarrow 1 + 2^{\tan x} = \frac{6}{2^{\tan x}}$$

$$\Leftrightarrow 2^{\tan x} + \left(2^{\tan x}\right)^2 - 6 = 0$$

យើងតាង: $y = 2^{\tan x} > 0$ នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$y^2 + y - 6 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = 2 \\ y = -3 \text{ មិនយក} \end{array}\right.$$

+បើ $2^{\tan x} = 2 \Leftrightarrow \tan x = 1 = \tan\frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in IZ$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in IZ$ ។

លំហាត់ទី១៩: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$2^{-1+\cos x-\cos^2 x+.......+(-)^{n-1}\cos^n x+......} = \sqrt[3]{0,25}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $2^{-1+\cos x-\cos^2 x+.......+(-)^{n-1}\cos^n x+......} = \sqrt[3]{0,25}$

យើងតាង: $S = -1 + \cos x - \cos^2 x + ... + (-1)^{n-1}\cos^n x + ...$

គឺជាផលបូកស្ទីតធរណីមាត្រដែលមានតួមិនកំណត់ហើយដែលមានតួទី១តាង

ដោយ: $U_1 = -1$ និងមានរេសុង $q = -\cos x, |q| \le 1 \Rightarrow S = \frac{U_1}{1-q}$ គេបាន:

$S = -1 + \cos x - \cos^2 x + ... + (-1)^{n-1}\cos^n x + ...$

$\Rightarrow S = \frac{1}{1+\cos x}; \cos x \ne 1$ នោះយើងបាន:

$$2^{\frac{-1}{1+\cos x}} = \sqrt[3]{0,25} = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{2}{3}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{1+\cos x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi;\ k \in IZ$$

ដូចនេះសមីការខាងលើមានរឹស: $x=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi;\ k\in IZ$ ។

លំហាត់ទី២០: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$3^{1+\sin x+\sin^2 x+.......+\sin^n x+........}=\sqrt[3]{9}$$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $3^{1+\sin x+\sin^2 x+.......+\sin^n x+........}=\sqrt[3]{9}$

យើងតាង: $S=1+\sin x+\sin^2 x+....+\sin^n x+......$

គឺជាផលបូកស្វ៊ីតធរណីមាត្រដែលមានតួទី១ដែលតាងដោយ $U_1=1$ និងមាន

រេសុង $q=\sin x$ ដោយ $|q|\le 1\Rightarrow S=\frac{U_1}{1-q}=\frac{1}{1-\sin x};(\sin x\ne 1)$

នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$3^{\frac{1}{1-\sin x}}=\sqrt[3]{9}=9^{\frac{1}{3}}=3^{\frac{2}{3}}\Leftrightarrow\frac{1}{1-\sin x}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow\sin x=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow\sin x=\sin\left(\frac{-\pi}{6}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+2k\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi\end{array}\right.;\ k\in IZ$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+2k\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi\end{array}\right.;\ k\in IZ$ ។

លំហាត់ទី២១: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\log_n x+\log_{\sqrt{n}} x+\log_{\sqrt[3]{n}} x+....+\log_{\sqrt[n]{n}} x=\frac{n+1}{2}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងសិស្សពូកែខេត្តតាកែវ២០០៦

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\log_n x+\log_{\sqrt{n}} x+\log_{\sqrt[3]{n}} x+....+\log_{\sqrt[n]{n}} x=\frac{n+1}{2}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x>0$ យើងមាន:

$$+\begin{cases}\log_{\sqrt{n}} x=\log_{n^{\frac{1}{2}}} x=\dfrac{1}{\frac{1}{2}}\log_n x=2\log_n x\\ \log_{\sqrt[3]{n}} x=\log_{n^{\frac{1}{3}}} x=\dfrac{1}{\frac{1}{3}}\log_n x=3\log_n x\\ ....\\ ....\\ ....\\ \log_{\sqrt[n]{n}} x=\log_{n^{\frac{1}{n}}}=\dfrac{1}{\frac{1}{n}}\log_n x=n\log_n x\end{cases}$$

$$\log_n x+\log_{\sqrt{n}} x+\log_{\sqrt[3]{n}} x+....+\log_{\sqrt[n]{n}} x=\log_n x+2\log_n x+3\log_n x$$

$+....+n\log_n x=\frac{n+1}{2}$

$\Leftrightarrow(1+2+3+.....+n)\log_n x=\frac{n+1}{2}\ (1)$

ដោយៈ$1+2+3+.....+n=\frac{n(n+1)}{2}$ នោះសមីការខាងលើទៅជាៈ

$\frac{n(1+n)}{2}\log_n x=\frac{1+n}{2}\Leftrightarrow n\log_n x=1\Leftrightarrow \log_n x=\frac{1}{n}$

$\Leftrightarrow x=\sqrt[n]{n}$

ដូចនេះសមីការមានឫសៈ $x=\sqrt[n]{n}$ ។

សមីការអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

លំហាត់ទី១: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមៈ

$$\sin^3\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}.\sin x$$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងវិញ្ញាសាប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការៈ$\sin^3\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}.\sin x$

យើងអនុវត្តន៏រូបមន្ត:

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=2\sin x\cos\frac{\pi}{4}=\sqrt{2}\sin x$$

នោះសមីការខាងលើទៅជា:

$$\sin^3\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\left[1-\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right]+\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\cos^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\left[\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+1\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\left(\cos\frac{\pi}{2}-\cos 2x\right)+1=0$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\left(-\frac{1}{2}\cos 2x+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0 \\ \cos 2x=2 \text{ មិនយក}\end{array}\right. \Leftrightarrow x+\frac{\pi}{4}=k\pi$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi;\ k\in IZ$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi;\ k\in IZ$ ។

" នៅលើផ្លូវការងារ
ដំណើររបស់មនុស្សត្រូវទាយលុកទៅតាមចិត្ត គស៊ូ និង
ភាពអត់ធ្មត់"ខ

លំហាត់ទី២: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\frac{\sin 3x-\sin x}{\sqrt{1-\cos 2x}}=\cos 2x+\sin 2x$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចម្លើយ

យើងមានសមីការ: $\frac{\sin 3x-\sin x}{\sqrt{1-\cos 2x}}=\cos 2x+\sin 2x$

សមីការខាងលើអាចសរសេរថា: $\frac{2\cos 2x\sin x}{\sqrt{2}\left|\sin x\right|}=\cos 2x+\sin 2x$

យើងនិងដោះស្រាយសមីការនេះទៅលើពីរករណីខាងក្រោម:

+បើ $0<x<\pi:\sin x>0\Leftrightarrow \sqrt{2}\cos 2x=\cos 2x+\sin 2x$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2}-1\right)\cos 2x=\sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \tan 2x=\sqrt{2}-1=\tan\alpha$$

$$\Leftrightarrow 2x=\alpha\ \left(0<x<\pi\right)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\alpha}{2}$$

+បើ $\pi<x<2\pi:\ \sin x<0\Leftrightarrow -\sqrt{2}\cos 2x=\cos 2x+\sin 2x$

$$\Leftrightarrow -\left(\sqrt{2}+1\right)\cos 2x = \sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \tan 2x = -\left(\sqrt{2}+1\right) = \tan\beta$$

$$\Leftrightarrow 2x = \beta$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\beta}{2}$$

នោះយើងបាន: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\alpha}{2} \text{ ដែល } \tan\alpha = \sqrt{2}-1 \\ x = \frac{\beta}{2} \text{ ដែល } \tan\beta = -\sqrt{2}-1 \end{array}\right.$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\alpha}{2} \text{ ដែល } \tan\alpha = \sqrt{2}-1 \\ x = \frac{\beta}{2} \text{ ដែល } \tan\beta = -\sqrt{2}-1 \end{array}\right.$ ។

លំហាត់ទី៣: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\sin^2 x = \cos^2 2x + \cos^2 3x$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\sin^2 x = \cos^2 2x + \cos^2 3x$

សមីការខាងលើយើងអាចសរសេរ: $\frac{1-\cos 2x}{2} = \frac{1+\cos 4x}{2} + \frac{1+\cos 6x}{2}$

$$\Leftrightarrow \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 3x.\cos x + 2\cos^2 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 3x\left(\cos x + \cos 3x\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos 3x.\cos 2x.\cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 3x = 0\\ \cos 2x = 0\\ \cos x = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\\ 2x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\\ x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{3}\\ x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{4}\\ x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\end{array}\right. ; k \in IZ$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $\left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{3}\\ x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{4}\\ x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\end{array}\right. ; k \in IZ$ ។

លំហាត់ទី៣: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\sin^3 x + \cos^3 x = 2\left(\sin^5 x + \cos^5 x\right)$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\sin^3 x + \cos^3 x = 2\left(\sin^5 x + \cos^5 x\right)$

សមីការនេះយើងអាចសរសេរ:

$$\Leftrightarrow \sin^3 x - 2\sin^5 x = 2\cos^5 x - \cos^3 x$$

$$\Leftrightarrow \sin 3x\left(1-\sin^2 x\right) = \cos^3 x\left(2\cos^2 x - 1\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin^3 x.\cos 2x = \cos^3 x \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x\left(\sin^3 x - \cos^3 x\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0\\ \sin^3 x = \cos^3 x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0\\ \tan x = 1\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\\ x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}\\ x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi\end{array}\right. ;\ k \in IZ$$

ដូចនេះសមីការខាងលើមានឫស: $\left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}\\ x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi\end{array}\right. ;\ k \in IZ$ ។

លំហាត់ទី៤: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$2\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$$

ប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម ១៩៧៨

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $2\sqrt{2}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{\sin x} + \dfrac{1}{\cos x}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\sin x \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\dfrac{\pi}{2}$

$$2\left(\sin x+\cos x\right)=\frac{\sin x+\cos x}{\sin x\cos x}$$

នោះសមីការខាងលើអាចសរសេរ: $\Leftrightarrow\left(\sin x+coax\right)\left(2\sin x\cos x-1\right)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\2\sin x\cos x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=-1\\\sin 2x=1\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\\2x=\frac{\pi}{2}+2k\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\\x=\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.\ ;\ k\in IZ$$

សមីការនេះមានចំលើយ: $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\\x=\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.\ ;\ k\in IZ$ ។

លំហាត់ទី៥: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$2\tan x+\cot g2x=2\sin 2x+\frac{1}{\sin 2x}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសនៃប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $2\tan x+\cot g2x=2\sin 2x+\frac{1}{\sin 2x}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\sin x\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\frac{\pi}{2};\left(k\in IZ\right)$

សមីការខាងលើអាចសរសេរ: $2\tan x=2\sin 2x+\frac{1-\cos 2x}{\sin 2x}$

$$\Leftrightarrow 2\tan x = 2\sin 2x + \frac{2\sin^2 x}{2\sin x\cos x}$$

$$\Leftrightarrow 2\tan x = 2\sin 2x + \tan x$$

$$\Leftrightarrow \tan x = 2\sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 4\sin x\cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin x = 4\sin x\cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow \sin x\left(1-4\cos^2 x\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 0 \text{ មិនយក} \\ \cos x = \pm\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

+បើ $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

+បើ $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $\left[\begin{array}{l}x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi\end{array}\right.$; $k \in IZ$ ។

លំហាត់ទី៦: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\sin^6 x + \cos^6 x = 2\left(\sin^8 x + \cos^8 x\right)$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងចូលអាកាសចរស៊ីវិលទីក្រុងមូស្គូ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\sin^6 x + \cos^6 x = 2\left(\sin^8 x + \cos^8 x\right)$

នោះសមីការខាងលើអាចសរសេរ: $\sin^6 x - 2\sin^8 x = 2\cos^8 x - \cos^6 x$

$$\Leftrightarrow \sin^6 x\left(1-2\sin^2 x\right) = \cos^6 x\left(2\cos^2 x - 1\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin^6 x\cos 2x = \cos^6 x\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x\left(\sin^6 x - \cos^6 x\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0\\ \sin^6 x - \cos^6 x = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0\\ \tan^6 x = 1\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0\\ \tan x = \pm 1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\\ x = \pm\dfrac{\pi}{4} + k\pi\end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការនេះមានរឹស: $\left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}\\ x = \pm\dfrac{\pi}{4} + k\pi\end{array}\right.$ $;\ k \in IZ$ ។

លំហាត់ទី៧: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\left|\sin x - \cos x\right| + \left|\sin x + \cos x\right| = 2$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាជ្រើសរើសត្រៀមប្រលងសិស្សពូកែ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\left|\sin x - \cos x\right| + \left|\sin x + \cos x\right| = 2$

នោះសមីការខាងលើអាចសរសេរ:

$$\left|\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right|+\left|\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right|=2$$

$$\Leftrightarrow \left|\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right|+\left|\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right|=\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\cos^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\left|2\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right|=2$$

$$\Leftrightarrow \left|\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\right|=1$$

$$\Leftrightarrow \left|-\cos 2x\right|=1 \Leftrightarrow \cos 2x=\pm 1$$

$$\Leftrightarrow 2x=k\pi \Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2}\ ;\ (k\in IZ)$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\frac{k\pi}{2}\ ;\ (k\in IZ)$ ។

លំហាត់ទី៨: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\tan^2 x-\tan x\tan 3x=2$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\tan^2 x-\tan x\tan 3x=2$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\begin{cases}\cos x \neq 0 \\ \cos 3x \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{3}\end{cases}$

នោះសមីការខាងលើអាចសរសេរ: $\tan x\left(\tan 3x - \tan x\right) + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x}.\frac{\sin 2x}{\cos 3x \cos x} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x}.\frac{2\sin x}{\cos x} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x + 2\cos 3x \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - \cos 2x + \cos 4x + \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x = -1$$

$$\Leftrightarrow 4x = \pi + 2k\pi$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\ \left(k \in IZ\right)$$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}\ \left(k \in IZ\right)$ ។

លំហាត់ទី៩: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$2\cos^2 x + 2\cos^2 2x + 2\cos^2 3x - 3 = \cos 4x\left(2\sin 2x + 1\right)$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យ និង សិស្សពូកែ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $2\cos^2 x + 2\cos^2 2x + 2\cos^2 3x - 3 = \cos 4x\left(2\sin 2x + 1\right)$

នោះសមីការនេះអាចសរសេរ:

$$\left(2\cos^2 x-1\right)+\left(2\cos^2 2x-1\right)+\left(2\cos^2 3x-1\right)=\cos 4x\left(2\sin 2x+1\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x+\cos 4x+\cos 6x=2\sin 2x\cos 4x+\cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x+\cos 6x=2\sin 2x\cos 4x$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 4x\cos 2x-2\sin 2x\cos 4x=0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 4x\left(\cos 2x-\sin 2x\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 4x=0\\ \cos 2x-\sin 2x=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 4x=0\\ \tan 2x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ 2x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{4}\\ x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4};\left(k\in\pi\right)$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{4};\left(k\in\pi\right)$ ។

លំហាត់ទី១០: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\sin x\cos x-\sin^2 2x=4\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}\right)-\frac{7}{2}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាជ្រើសរើសសំរាប់ប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\sin x\cos x - \sin^2 2x = 4\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}\right)-\frac{7}{2}$

សមីការខាងលើអាចសរសេរ:

$$\sin x\cos 4x - \frac{1-\cos 4x}{2} = 2\left[1-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right]-\frac{7}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin x\cos 4x + \frac{1}{2}\cos 4x = -2\sin x - 1$$

$$\Leftrightarrow 2\sin x\cos 4x + \cos 4x + 4\sin x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x(2\sin x+1)+2(2\sin x+1)=0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin x+1)(\cos 4x+2)=0$$

$$\Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+2k\pi \\ x=\frac{7\pi}{6}+2k\pi \end{array}\right. ;\ k\in IZ$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+2k\pi \\ x=\frac{7\pi}{6}+2k\pi \end{array}\right. ;\ k\in IZ$ ។

លំហាត់ទី១១:ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$4\cos^3 x + 3\sqrt{2}\sin 2x = 8\cos x$$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $4\cos^3 x + 3\sqrt{2}\sin 2x = 8\cos x$

សមីការខាងលើអាចសរសេរ: $4\cos^3 x + 6\sqrt{2}\sin x\cos x - 8\cos x = 0$

$$\Leftrightarrow 2\cos x\left(2\cos^2 x + 3\sqrt{2}\sin x - 4\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos x\left(2 - 2\sin^2 x + 3\sqrt{2}\sin x - 4\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos x\left(2\sin^2 x - 3\sqrt{2}\sin x + 2\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ 2\sin^2 - 3\sqrt{2}\sin x + 2 = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \sin x = \sqrt{2} \\ \sin x = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi \quad ; k \in IZ \\ x = \dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi \quad ; k \in IZ \\ x = \dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi \end{array}\right.$ ។

លំហាត់ទី១២: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$(\sin 6x + \sin x) + (\sin 5x + \sin 2x) + (\sin 4x + \sin 3x) = 0$$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងលំហាត់ជ្រើសរើសនៃប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការៈ

$$\left(\sin 6x+\sin x\right)+\left(\sin 5x+\sin 2x\right)+\left(\sin 4x+\sin 3x\right)=0$$

សមីការខាងលើអាចសរសេរៈ

$$2\sin\frac{7x}{2}\cos\frac{5x}{2}+2\sin\frac{7x}{2}\cos\frac{3x}{2}+2\sin\frac{7x}{2}\cos\frac{x}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin\frac{7x}{2}\left(\cos\frac{5x}{2}+\cos\frac{3x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin\frac{7x}{2}\cos\frac{3x}{2}\left(2\cos x+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin\frac{7x}{2}=0\\ \cos\frac{3x}{2}=0\\ \cos x=-\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{7x}{2}=k\pi\\ \frac{3x}{2}=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\pm\frac{2\pi}{3}+2k\pi\end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹសៈ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{2k\pi}{7}\\ x=\frac{\pi}{3}+\frac{2k\pi}{3}\\ x=\pm\frac{2\pi}{3}+2k\pi\end{array}\right. \quad ;\ k\in IZ$ ។

" រៀនច្រើន អានច្រើន ចេះក៏ច្រើន"

លំហាត់ទី១៣: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$1+\cot 2x=\frac{1-\cos 2x}{\sin^2 2x}$$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងវិញ្ញាសាប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ:$1+\cot 2x=\frac{1-\cos 2x}{\sin^2 2x}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា:$\sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow 2x\neq k\pi$

នោះសមីការខាងលើអាចសរសេរ:$1+\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{1-\cos 2x}{\sin^2 2x}$

$$\Leftrightarrow \sin^2 2x+\sin 2x\cos 2x=1-\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow 1-\cos^2 2x+\sin 2x\cos 2x=1-\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x(\cos 2x-\sin 2x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\,(*)\\ \cos 2x-\sin 2x=1\ \ (**)\end{array}\right.$$

+ចំពោះសមីការ$(*)\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$

+ចំពោះសមីការ$(**)\Leftrightarrow \sqrt{2}\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow \cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}+2k\pi \\ 2x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}+2k\pi \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=2k\pi \text{ មិនយក} \\ 2x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានឬស: $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+2k\pi \\ x=\frac{\pi}{4}+2k\pi \end{array}\right. ;k\in IZ$ ។

លំហាត់ទី១៤: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\sin^2 1,5x+\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-2,5x\right)=\sin^2 5,5x+\sin^2\left(\frac{\pi}{4}=6,5x\right)$$

ប្រលងសិស្សពូកែវៀតណាម១៩៧៦ និង ត្រៀមប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ:

$$\sin^2 1,5x+\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-2,5x\right)=\sin^2 5,5x+\sin^2\left(\frac{\pi}{4}=6,5x\right)$$

នោះសមីការនេះគេអាចសរសេរ:

$$\frac{1}{2}\left[1-\cos 3x+1-\left(\frac{\pi}{2}-5x\right)\right]=\frac{1}{2}\left[1-\cos 11x+1-\left(\frac{\pi}{2}-13x\right)\right]$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x+\cos\left(\frac{\pi}{2}-5x\right)=\cos 11x+\cos\left(\frac{\pi}{2}-13x\right)$$

$$\frac{1}{2}\left[1-\cos 3x+1-\left(\frac{\pi}{2}-5x\right)\right]=\frac{1}{2}\left[1-\cos 11x+1-\left(\frac{\pi}{2}-13x\right)\right]$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x+\cos\left(\frac{\pi}{2}-5x\right)=\cos 11x+\cos\left(\frac{\pi}{2}-13x\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\cos\left(4x-\frac{\pi}{4}\right)=2\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\cos\left(12x-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\left[\cos\left(4x-\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(12x-\frac{\pi}{4}\right)\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=0\ (*)\\ \cos\left(4x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(12x-\frac{\pi}{4}\right)\ (**)\end{array}\right.$$

+ចំពោះសមីការ $(*)\Leftrightarrow \frac{\pi}{4}-x=\frac{\pi}{2}+k\pi$

+ចំពោះសមីការ $(**)\left[\begin{array}{l}4x-\frac{\pi}{4}=12x-\frac{\pi}{4}+2k\pi\\ 4x-\frac{\pi}{4}=-12x+\frac{\pi}{4}+2k\pi\end{array}\right.$

$$\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=k\frac{\pi}{8}\qquad ;\ k\in IZ\\ x=\frac{\pi}{32}+k\frac{\pi}{8}\end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=k\dfrac{\pi}{8} \\ x=\dfrac{\pi}{32}+k\dfrac{\pi}{8} \end{array}\right. \quad ; k\in IZ$ ។

"ផ្លូវទៅកាន់ភាពជោគជ័យគ្មានដានជើងមនុស្សខ្ជិលច្រអូស" ។

"រាល់ជ័យជំនះដែលទទួលបាន រាល់ទ្រព្យសម្បត្តិដែលរកបាន សុទ្ធតែចាប់បដិសន្ធិពីស្មារតី" ។

លំហាត់ទី១៥: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$8\cos 4x\cos^2 2x+\sqrt{1-\cos 3x}+1=0$$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងវិញ្ញាសាប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $8\cos 4x\cos^2 2x+\sqrt{1-\cos 3x}+1=0$

សមីការនេះយើងអាចសរសេរ: $4\cos 4x 2\cos^2 2x+\sqrt{1-\cos 3x}+1=0$

$\Leftrightarrow 4\cos 4x\left(\cos 4x+1\right)+\sqrt{1-\cos 3x}+1=0$

$\Leftrightarrow 4\cos^2 4x+4\cos 4x+1+\sqrt{1-\cos 3x}=0$

$$\Leftrightarrow 4\cos 4x(\cos 4x+1)+\sqrt{1-\cos 3x}+1=0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos^2 4x+4\cos 4x+1+\sqrt{1-\cos 3x}=0$$

$$\Leftrightarrow (2\cos 4x+1)^2+\sqrt{1-\cos 3x}=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\cos 4x+1=0 \\ 1-\cos 3x=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 4x=-\dfrac{1}{2} \\ \cos 3x=1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x=\pm 2\dfrac{\pi}{3}+2k\pi \\ 3x=2k\pi \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{2} \\ x=k\dfrac{2\pi}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\pm\frac{2\pi}{3}+2k\pi\ ;\ (k\in IZ)$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+2k\pi\ ;\ (k\in IZ)$ ។

លំហាត់ទី១៦: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\sin x+\sin 2x+\sin 3x=\cos x+\cos 2x+\cos 3x$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\sin x+\sin 2x+\sin 3x=\cos x+\cos 2x+\cos 3x$

សមីការនេះយើងអាចសរសេរបានថាៈ

$$(\sin 3x+\sin x)+\sin 2x=(\cos 3x+\cos x)+\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow 2\sin 2x\cos x+\sin 2x=2\cos 2x\cos x+\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x(2\cos x+1)=\cos 2x(2\cos x+1)$$

$$\Leftrightarrow (2\cos x+1)(\sin 2x-\cos 2x)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-\frac{1}{2}\\ \sin 2x=\cos 2x\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-\frac{1}{2}\\ \tan 2x=1\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm\frac{2\pi}{3}+2k\pi\\ 2x=\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm\frac{2\pi}{3}+2k\pi\\ x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}\end{array}\right. \quad ;\ k\in IZ$$

ដូចនេះសមីការមានឫសៈ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm\frac{2\pi}{3}+2k\pi\\ x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}\end{array}\right. \quad ;\ k\in IZ$ ។

លំហាត់ទី១៧ៈ ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមៈ

$$\sin^3 x\cos 3x+\cos^3 x\sin 3x=\sin^3 4x$$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងវិញ្ញាសាប្រលងនៅប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\sin^3 x\cos 3x + \cos^3 x\sin 3x = \sin^3 4x$

សមីការនេះអាចសរសេរ:

$$\sin^3 x\left(4\cos^3 x - 3\cos x\right) + \cos^3 x\left(3\sin x - 4\sin^3 x\right) = \sin^3 4x$$

$$\Leftrightarrow 3\sin x\cos^3 x - 3\cos x\sin^3 x = \sin^3 4x$$

$$\Leftrightarrow 3\sin x\cos x\left(\cos^2 x - \sin^2 x\right) = \sin^3 4x$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\sin 2x\cos 2x = \sin^3 4x$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\sin 4x = \sin^3 4x$$

$$\Leftrightarrow 3\sin 4x - 4\sin^3 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 12x = 0$$

$$\Leftrightarrow 12x = k\pi$$

$$\Rightarrow x = k\frac{\pi}{12}, k \in IZ$$

ដូចនេះសមីការមានឫស: $x = k\frac{\pi}{12}, k \in IZ$ ។

លំហាត់ទី១៨: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\sin^8 x + \cos^8 x = 2\left(\sin^{10} x + \cos^{10} x\right) + \frac{5}{4}\cos 2x$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសារត្រៀមប្រលងសិស្សពូកែ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\sin^8 x+\cos^8 x=2\left(\sin^{10} x+\cos^{10} x\right)+\frac{5}{4}\cos 2x$

សមីការនេះអាចសរសេរ:

$$\sin^8 x-2\sin^{10} x=2\cos^{10} x-\cos^8 x+\frac{5}{4}\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin^8 x\left(1-2\sin^2 x\right)=\cos^8 x\left(2\cos^2 x-1\right)+\frac{5}{4}\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin^8 x\cos 2x=\cos^8 x\cos 2x+\frac{5}{4}\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x\left(\cos^8 x-\sin^8 x+\frac{5}{4}\right)=0$$

$\Leftrightarrow \cos 2x=0$ ដែលចំពោះ $\cos^8 x+\frac{5}{4}-\sin^8 x>0$

$$\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}, k\in IZ$$

ដូចនេះសមីការមាររឹស: $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}, k\in IZ$ ។

លំហាត់ទី១៩: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x=2\sqrt{2+2\cos 2x}$$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងលំហាត់ប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\sqrt{3}\sin 2x - 2\cos^2 x = 2\sqrt{2+2\cos 2x}$

សមីការនេះអាចសរសេរថា: $2\sqrt{3}\sin x\cos x - 2\cos^2 x = 4|\cos x|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\cos x \ge 0\\ 2\cos x\left(\sqrt{3}\sin x - \cos x - 2\right) = 0\end{cases} \vee \begin{cases}\cos x < 0\\ 2\cos x\left(\sqrt{3}\sin x - \cos 2x + 2\right) = 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\cos x \ge 0\\ \left[\begin{array}{l}\cos x = 0\\ \sqrt{3}\sin x - \cos x - 2 = 0\end{array}\right.\end{cases} \vee \begin{cases}\cos x < 0\\ \left[\begin{array}{l}\cos x = 0\\ \sqrt{3}\sin x - \cos x + 2 = 0\end{array}\right.\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\cos x \ge 0\\ \left[\begin{array}{l}\cos x = 0\\ \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1\end{array}\right.\end{cases} \vee \begin{cases}\cos x < 0\\ \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in IZ\\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \text{ មិនយក}\end{array}\right. \vee x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ មិនយក}$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in IZ$ ។

លំហាត់ទី២០: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$2\sin 3x - \frac{1}{\sin x} = 2\cos 3x + \frac{1}{\cos x}$$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $2\sin 3x - \frac{1}{\sin x} = 2\cos 3x + \frac{1}{\cos x}$

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}$

នោះសមីការខាងលើអាចសរសេរ:

$$2(\sin 3x - \cos 3x) = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2}\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = 2\frac{(\sin x + \cos x)}{\sin 2x}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)\sin 2x = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)\right] = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)\cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0\\ \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x = \frac{\pi}{2} + k\pi\\ 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi\end{array}\right. \quad k \in IZ$$

ដូចនេះសមីការមានរឺស: $\left[\begin{array}{l}2x = \frac{\pi}{2} + k\pi\\ 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi\end{array}\right. \quad k \in IZ$ ។

លំហាត់ទី២១: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\cos^4 x + \sin^6 x = \cos 2x$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ត្រៀមប្រលងសិស្សពូកែ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\cos^4 x+\sin^6 x=\cos 2x$

នោះសមីការនេះអាចសរសេរ: $\cos^4 x+\sin^6 x=\cos^2 x-\sin^2 x$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x\left(1-\cos^2 x\right)-\sin^6 x-\sin^2 x=0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x\sin^2 x-\sin^6 x-\sin^2 x=0$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x\left(\cos^2 x-1-\sin^4 x\right)=0$$

$$\Leftrightarrow -\sin^4 x\left(1+\sin^2 x\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \sin^4 x=0$$

$$\Leftrightarrow \sin x=0 \Leftrightarrow x=k\pi\left(k\in IZ\right)$$

ដូចនេះយើងបានសមីការមានរឺស: $x=k\pi\left(k\in IZ\right)$ ។

" នៅលើផ្លូវការងារ ដំនើររបស់មនុស្សត្រូវវាយលុកទៅតាមចរិតគស៊ូ និង ភាពអត់ធ្មត់"៚

លំហាត់ទី២១: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\cos x\cos\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}-\sin x\sin\frac{x}{2}\sin\frac{3x}{2}=\frac{1}{2}$$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\cos x\cos\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}-\sin x\sin\frac{x}{2}\sin\frac{3x}{2}=\frac{1}{2}$

សមីការនេះយើងអាចសរសេរ:

$$\frac{1}{2}\cos x\left(\cos 2x+\cos x\right)-\frac{1}{2}\sin x\left(\cos x-\cos 2x\right)=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos x\cos 2x+\cos^2 x-\sin x\cos x+\sin x\cos 2x=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x\left(\cos x+\sin x\right)=1-\cos^2 x+\sin x\cos x$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x\left(\cos x+\sin x\right)=\sin^2 x+\sin x\cos x$$

$$\Leftrightarrow \left(\cos x+\sin x\right)=\sin x\left(\sin x+\cos x\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\cos x+\sin x\right)\left(\cos 2x-\sin x\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x+\sin x=0\\ \cos 2x-\sin x=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=-1\\ 2\sin^2 x+\sin x-1=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=-1\\ \sin x=-1\vee\sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+2k\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi\end{array}\right.;k\in IZ$ ។

លំហាត់ទី២២: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\sin^2 4x-\cos^2 6x=\sin x(1,5\pi+10x)$$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $\sin^2 4x-\cos^2 6x=\sin x(1,5\pi+10x)$

សមីការនេះយើងអាចសរសេរ:

$$\frac{1-\cos 8x}{2}-\frac{1+\cos 12x}{2}=\sin\left(10\pi+\frac{\pi}{2}+10x\right)$$

$$\Leftrightarrow -\cos 8x-\cos 12x=2\sin\left(\frac{\pi}{2}+10x\right)$$

$$\Leftrightarrow -(\cos 12x+\cos 8x)=2\cos 10x$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 10x\cos 2x+2\cos 10x=0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 10x(\cos 2x+1)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 10x=0\\ \cos 2x=-1\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}10x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ 2x=\pi+2k\pi\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{20}+k\frac{\pi}{10}\\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.$$

+បើ $x=\frac{\pi}{20}+k\frac{\pi}{10}\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow 0<\frac{\pi}{20}+k\frac{\pi}{10}<\frac{\pi}{2}$

$\Leftrightarrow 0 < 1 + 2k < 10 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{9}{2}$

$\Leftrightarrow k \in \{0,1,2,3,4\}$

+បើ $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \neq \left(0;\frac{\pi}{2}\right);\ \forall k \in IZ$

ដូចនេះសមីការមានរឹសក្នុង $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ គឺ:

$x = \frac{\pi}{20}; x = \frac{3\pi}{20}; x = \frac{5\pi}{20}; x = \frac{7\pi}{20}; x = \frac{9\pi}{20}$ ។

"អ្នកមានគេច្រានខ្ពស់ ដូចសំពត់ព័ន្ធពីក្រៅ អ្នកក្រជាគេច្រានខ្លៅ ដូចសំពៅពឹងសំប៉ាន"៕

"អ្នកឈ្នះមិនដែលបោះបង់ អ្នកបោះបង់មិនដែលឈ្នះ"៕

"សេចក្តីអស់សង្ឃឹម ធ្វើអោយក្លាហានទៅជាកំសាក"៕

សេចក្តីជូនដំណឹង!

យើងខ្ញុំនិងមានចេញនូវសៀវភៅកំរងវិញ្ញាសារគណិតវិទ្យាសំរាប់សិស្សពូកែសុទ្ធគ្រប់សម័យកាលនិងគ្រប់ប្រទេស ដូច្នេះសូមរងចាំអាននូវ សៀវភៅទាំងនេះ ដែលនិងចេញផ្សាយនាពេលឆាប់ៗនេះ ។

សូមអរគុណ!

✍✍📖✍✍

លំហាត់ទី២៣: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\sqrt{2}\cos\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{12}\right)-\sqrt{6}\sin\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{12}\right)=2\sin\left(\frac{x}{5}+\frac{2\pi}{3}\right)-2\sin\left(\frac{3x}{5}+\frac{\pi}{6}\right)$$

ដកស្រង់ចេញពីកំរងលំហាត់ជ្រើសរើសប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានសមីការ:

$$\sqrt{2}\cos\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{12}\right)-\sqrt{6}\sin\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{12}\right)=2\sin\left(\frac{x}{5}+\frac{2\pi}{3}\right)-2\sin\left(\frac{3x}{5}+\frac{\pi}{6}\right)$$

សមីការនេះយើងអាចសរសេរបានថា:

$$\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{12}\right)-\sqrt{3}\sin\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{12}\right)\right]=2\left[\sin\left(\frac{x}{5}+\frac{2\pi}{3}\right)-\sin\left(\frac{3x}{5}+\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{12}\right)-\tan\frac{\pi}{3}\sin\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{12}\right)\right]=$$

$$4\cos\left(\frac{2x}{5}+\frac{5\pi}{12}\right)\sin\left(-\frac{x}{5}+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\,2\cos\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{3}\right)=4\cos\left(\frac{2x}{5}+\frac{5\pi}{12}\right)\sin\left(-\frac{x}{5}+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2}\cos\left(\frac{x}{5}+\frac{\pi}{4}\right)=4\cos\left(\frac{2x}{5}+\frac{5\pi}{12}\right)\cos\left(\frac{x}{5}+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow 4\cos\left(\frac{x}{5}+\frac{\pi}{4}\right)\left[\cos\left(\frac{2x}{5}+\frac{5\pi}{12}\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4\cos\left(\frac{x}{5}+\frac{\pi}{4}\right)=0 \\ \cos\left(\frac{2x}{5}+\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{x}{5}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ \left(\frac{2x}{5}+\frac{5\pi}{12}\right)=\pm\frac{\pi}{4}+2k\pi \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pi}{12}+5k\pi \\ x=-\frac{5\pi}{12}+5k\pi \ (k\in IZ) \\ x=-\frac{5\pi}{3}+5k\pi \end{array}\right.$$

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $\left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pi}{12}+5k\pi \\ x=-\frac{5\pi}{12}+5k\pi \ (k\in IZ) \\ x=-\frac{5\pi}{3}+5k\pi \end{array}\right.$ ។

“ទីប្រជុំកុំនិយាយអោយឮខ្លាំង គួរអោយតាំងនូវស្មារតីនិយាយតិច
ទីប្រជុំត្រូវប្រើបូកស្ងប់ជានិច្ច នេះជាកិច្ចប្រព្រឹត្តប្រើនៃអ្នកប្រាជ្ញ”។

ផ្នែកប្រព័ន្ធសមីការ

លំហាត់ទី១: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x_1|x_1|-(x_1-a)|x_1-a|=x_2|x_2| \\ x_2|x_2|-(x_2-a)|x_2-a|=x_3|x_3| \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_n|x_n|-(x_n-a)|x_n-a|=x_1|x_1| \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងសិស្សពូកែអន្តរជាតិ

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x_1|x_1|-(x_1-a)|x_1-a|=x_2|x_2| \\ x_2|x_2|-(x_2-a)|x_2-a|=x_3|x_3| \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_n|x_n|-(x_n-a)|x_n-a|=x_1|x_1| \end{cases}$

បើ $(x_1;x_2;x_3;...;x_n)$ ជារឹសមួយរបស់ប្រព័ន្ធដែលមានប៉ារ៉ាម៉ែត a នោះ

$(-x_1;-x_2;....;-x_n)$ ជារឹសមួយនៃប្រព័ន្ធសមីការដែលមានប៉ារ៉ាម៉ែត $-a$

ដូចនេះយើងចាំបាច់តែដោះស្រាយក្នុងករណី $a \geq 0$ គឺគ្រប់គ្រាន់ ។

ឧបមាថា: $(x_1;x_2;x_3;...;x_n)$ ជារឹស $x_1 \leq a; x_2 \leq a;.....;x_n \leq a$

$\Rightarrow |x_m-a|=-(x_n-a);\forall n$ យើងបូកអង្គទាំងអស់នៃប្រព័ន្ធយើងបាន:

$(x_1-a)^2+(x_2-a)^2+......+(x_n-a)^2=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1-a=0 \\ x_2-a=0 \\ .... \\ .... \\ x_n-a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=a \\ x_2=a \\ .... \\ .... \\ x_n=a \end{cases}$$

បើ $(x_1;x_2;....;x_n)$ ជាឫសមួយរបស់ប្រព័ន្ធដែល $x_k \geq a$ នោះពីសមីការទី k

យើងមាន: $x_{k+1}|x_{k+1}|-(x_k-a)|x_k-a|=x_k|x_k|$

$\Rightarrow x_k|x_{k+1}|+(x_k-a)^2=x_k{}^2$

$\Leftrightarrow x_k|x_{k+1}|=-(x_k-a)^2+x_k{}^2=a(2x_k-a)\geq a^2;\ x_k\geq a$

$\Rightarrow x_{k+1}{}^2\geq a^2 \Rightarrow x_{k+1}\geq a$

នោះសមភាពកើតឡើងពេលដែល $x_1=x_2=x_3=.....=x_n=a$

ដូចនេះប្រព័ន្ធមានរឹស: $x_1=a;x_2=a;........;x_n=a;\forall x\in IR$ ។

លំហាត់ទី២: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x+y+z-t=a \\ y+z+t-x=b \\ z+t+x-y=c \\ t+x+y-z=d \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងសិស្សពូកែវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x+y+z-t=a(1) \\ y+z+t-x=b(2) \\ z+t+x-y=c(3) \\ t+x+y-z=d(4) \end{cases}$

យើងបូកសមីការទាំងអស់នៃប្រព័ន្ធយើងបាន:

$$2(x+y+z+t)=a+b+c+d$$

$$\Leftrightarrow x+y+z+t=\frac{a+b+c+d}{2}(5)$$

យើងយកសមីការ $(5)-(1)$ នោះយើងបាន:

$$2t=\frac{a+b+c+d}{2}-a=\frac{-a+b+c+d}{2}$$

$$\Leftrightarrow t=\frac{-a+b+c+d}{4}$$

យើងយកសមីការ: $(5)-(2)$ នោះយើងបាន:

$$2x=\frac{a+b+c+d}{2}-b=\frac{a-b+c+d}{2}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{a-b+c+d}{4}$$

យើងយកសមីការ: $(5)-(3)$ នោះយើងបាន:

$$2y=\frac{a+b+c+d}{2}-c=\frac{a+b-c+d}{2}$$

$$\Rightarrow y=\frac{a+b-c+d}{4}$$

យើងយកសមីការ: $(5)-(4)$ នោះយើងបាន:

$$2z=\frac{a+b+c+d}{2}-d=\frac{a+b+c-d}{2}$$

$$\Rightarrow z=\frac{a+b+c-d}{4}$$

ដូចនេះយើងបានប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $x=\frac{a-b+c+d}{4}$

$y=\frac{a+b-c+d}{4}\,;z=\frac{a+b+c-d}{4}\,;t=\frac{-a+b+c+d}{4}$ ។

លំហាត់ទី៣: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases}x+3y+5z+3t=34(1)\\x+y+2z+t=13(2)\\x+2y+5z+4t=36(3)\\x+3y+8z+5t=51(4)\end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

របៀបទី១:

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases}x+3y+5z+3t=34(1)\\x+y+2z+t=13(2)\\x+2y+5z+4t=36(3)\\x+3y+8z+5t=51(4)\end{cases}$

យើងយកសមីការ: $(4)-(1)$ នោះយើងបាន:

$$3z+2t=17(5)$$

យើងយកសមីការ: $(1)-(2)$ នោះយើងបាន:

$$2y+3z+2t=21(6)$$

យើងយកសមីការ: $(1)-(3)$ នោះយើងបាន:

$$y-t=-2(7)$$

យើងយកសមីការ: $(6)-(7)$ នោះយើងបាន:

$$3z+4t=25(8)$$

យើងយកសមីការ: $(5)-(8)$ នោះយើងបាន:

$$2t=8\Rightarrow t=4$$

$$(8)\Rightarrow z=3$$

$$(7)\Rightarrow y=2$$

$$(1)\Rightarrow x=1$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធមានចំលើយ: $(x,y,z,t)=(1,2,3,4)$ ។

របៀបទី២:

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x+3y+5z+3t=34(1) \\ x+y+2z+t=13(2) \\ x+2y+5z+4t=36(3) \\ x+3y+8z+5t=51(4) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-3y-5z-3t+34 \\ 2y+3z+2t=21 \\ y-t=-2 \\ 3z+2t=17 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y - 5z - 3t + 34 \\ y = t - 2 \\ z = \dfrac{17 - 2t}{3} \\ 2y + 3z + 2t = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y - 5z - 3t + 34 \\ y = t - 2 \\ z = \dfrac{17 - 2t}{3} \\ t = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \\ t = 4 \end{cases}$$

លំហាត់ទី៤: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} 2x^2 - xy + 3y^2 13 \\ x^2 + 4xy - 2y^2 - 6 \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} 2x^2 - xy + 3y^2 13 \\ x^2 + 4xy - 2y^2 - 6 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+4xy-2y^2=-6 \\ 8t^2-46t-25=0 \\ t=\dfrac{y}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+4xy+2y^2=-6 \\ \left[\begin{array}{l} t_1=-\dfrac{1}{2} \\ t_2=\dfrac{25}{4} \end{array}\right. \\ xt=y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=-2y \\ x^2+4xy-2y^2=-6 \end{cases} \\ \begin{cases} x=\dfrac{4}{25}y \\ x^2+4xy-2y^2=-6 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-2; y_1=1 \\ x_2=2; y_2=-1 \\ x_3=\dfrac{4}{\sqrt{139}}; y_3=\dfrac{25}{\sqrt{139}} \\ x_4=-\dfrac{4}{\sqrt{139}}; y_4=-\dfrac{25}{\sqrt{139}} \end{array}\right.$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធមានចំលើយ: $\left[\begin{array}{l} x_1=-2; y_1=1 \\ x_2=2; y_2=-1 \\ x_3=\dfrac{4}{\sqrt{139}}; y_3=\dfrac{25}{\sqrt{139}} \\ x_4=-\dfrac{4}{\sqrt{139}}; y_4=-\dfrac{25}{\sqrt{139}} \end{array}\right.$ ។

លំហាត់ទី៥: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x^2-y^2+x-y=5 \\ x^3-x^2y-xy^2+y^3=6 \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x^2 - y^2 + x - y = 5 \\ x^3 - x^2y - xy^2 + y^3 = 6 \end{cases}$

យើងតាង: $u = x^2 - y^2$ និង $t = x - y$ នោះប្រព័ន្ធសមីការខាងលើទៅជា:

$\begin{cases} u + t = 5 \\ ut = 6 \end{cases}$ ដោយ u និង t ជាផលបូកនិងផលគុណរឺសនោះតាមវ្យែតគេបាន:

$X^2 - 5X + 6 = 0 \Leftrightarrow X_1 = 2; X_2 = 3$

តាមលទ្ធផលនេះយើងបានតំលៃនៃ u និង t តាមពីរករណីខាងក្រោម:

$+$បើ $u = 1, t = 3 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = \dfrac{3}{2} \\ x - y = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{11}{6}; y = -\dfrac{7}{6}$

$+$បើ $u = 3; t = 2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = \dfrac{3}{2} \\ x - y = 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{7}{4}; y = -\dfrac{1}{4}$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការនេះមានចំលើយ $x = \dfrac{11}{6}; y = -\dfrac{7}{6}; x = \dfrac{7}{4}; y = -\dfrac{1}{4}$ ។

លំហាត់ទី៦: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$\begin{cases} (x+y)(y+z) = 187 \\ (y+z)(z+x) = 154 \\ (z+x)(x+y) = 238 \end{cases}$ ដែល x, y, z ជាចំនួនវិជ្ជមាន ។

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases}(x+y)(y+z)=187\\(y+z)(z+x)=154\\(z+x)(x+y)=238\end{cases}$

យើងសង្កេតឃើញថា: $\left[(x+y)(y+z)(z+x)\right]^2=6853924=2618^2$

នោះយើងបាន: $(x+y)(y+z)(z+x)=2618$

$$\begin{cases}187(z+x)=2618\\154(x+y)=2618\\238(y+z)=2618\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z+x=14\\x+y=17\\y+z=11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10\\y=7\\z=4\end{cases}$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $\begin{cases}x=10\\y=7\\z=4\end{cases}$ ។

លំហាត់ទី៧: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases}x+y+z=1\\x^2+y^2+z^2=1\\x^3+y^3+z^3=1\end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងសិស្សពូកែទី៩

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases}x+y+z=1\\x^2+y^2+z^2=1\\x^3+y^3+z^3=1\end{cases}$

យើងមាន: $x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)\left(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx\right)$

$\Leftrightarrow 1-3xyz=1(1-xy-yz-zx)\Leftrightarrow 3xyz=xy+yz+zx$

$\Leftrightarrow 1=(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$

$$\Leftrightarrow 1=1+2(xy+yz+zx)\Leftrightarrow xy+yz+zx=0$$

$$\Rightarrow 3xyz=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ y=0\\ z=0\end{array}\right.$$

នោះយើងជំនួសតាមតំលៃ: $x, y; z$ គេបាន:

$+$បើ $x=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l}y=1; z=0\\ y=0; z=1\end{array}\right.$

$+$បើ $y=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=1; z=0\\ x=0; z=1\end{array}\right.$

$+$បើ $z=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l}y=1; x=0\\ y=0; x=1\end{array}\right.$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $(x,y,z)=(0;0;1),(0;1;0),(1;0;0)$ ។

លំហាត់ទី៨: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ:

$$\begin{cases}x^3+2y^2-4y+3=0(1)\\ x^2+x^2y^2-2y=0(2)\end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases}x^3+2y^2-4y+3=0(1)\\ x^2+x^2y^2-2y=0(2)\end{cases}$

តាម: $(1)\Rightarrow x^3=-1-2(y-1)^2\Rightarrow x^3\le -1\Leftrightarrow x\le -1$

តាម: $(2) \Rightarrow x^2 = \frac{2y}{1+y^2} \le 1 \Rightarrow x^2 \le 1 \Leftrightarrow -1 \le x \le 1$

នោះយើងបាន $x=-1$ ជំនួសចូលសមីការ (2) នោះគេបាន:

$$y^2 - 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = 1$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $x=-1; y=1$ ។

លំហាត់ទី៩: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x - y^2 - yz - z = 0 (1) \\ x - y - y^2 - z^2 = 0 (2) \\ x + y - y^3 - z = 0 (3) \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងសិស្សពូកែវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x - y^2 - yz - z = 0 (1) \\ x - y - y^2 - z^2 = 0 (2) \\ x + y - y^3 - z = 0 (3) \end{cases}$

យើងយក: $(2)-(1)$ នោះគេបាន:

$yz - y + z - z^2 = 0 \Leftrightarrow (z-1)(y-z) = 0$ នោះប្រព័ន្ធទៅជា:

$$\begin{cases} (z-1)(y-z) = 0 \\ x - y - y^2 - z^2 = 0 \\ x + y - y^3 - z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases}(z-1)(y-z)=0\\ x-y-y^2-z^2=0\\ x+y-y^3-z=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}z-1=0\\ x-y-y^2-z^2=0\\ x+y-y^3-z=0\end{cases}\quad (I)\\ \begin{cases}y-z=0\\ x-y-y^2-z^2=0\\ x+y-y^3-z=0\end{cases}\quad (II)\end{array}\right.$$

តាមប្រព័ន្ធសមីការ (I) នោះគេបាន:

$$\begin{cases}z=1\\ x-y-y^2-z^2=0\\ x+y-y^3-z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=1\\ x-y-y^2-1=0\\ x+y-y^3-1=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}z=1\\ y^3-y^2-2y=0\\ x=y^3-y+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=1\\ y\left(y^2-y-2\right)=0\\ x=y^3-y+1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}z=1\\ \left[\begin{array}{l}y=0\\ y=-1\\ y=2\end{array}\right.\\ x=y^3-y+1\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\ y=0\\ z=1\end{cases}\\ \begin{cases}x=1\\ y=-1\\ z=1\end{cases}\\ \begin{cases}x=7\\ y=2\\ z=1\end{cases}\end{array}\right.$$

ចំពោះសមីការ$(II) \Leftrightarrow \begin{cases} z = y \\ x - y - 2y^2 = 0 \\ x - y^3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = y \\ y^3 - 2y^2 - y = 0 \\ x = y^3 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = y \\ y\left(y^2 - 2y - 1\right) = 0 \\ x = y^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = y \\ \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = 1 - \sqrt{2} \\ y = 1 + \sqrt{2} \end{array}\right. \\ x = y^3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \left(1 + \sqrt{2}\right)^3 \\ y = z = 1 + \sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \left(1 - \sqrt{2}\right)^3 \\ y = z = 1 - \sqrt{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

លំហាត់ទី១០: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x + xy + y = 2 \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x^2+xy+y^2=4 \\ x+xy+y=2 \end{cases}$

យើងតាង: $x+y=u$ និង $xy=t$ នោះប្រព័ន្ធខាងលើទៅជា: $\begin{cases} u^2-t=4(1) \\ u+t=2(2) \end{cases}$

តាមសមីការ $(2) \Leftrightarrow t=2-u$ ជំនួសក្នុងសមីការ $\left[\begin{array}{l} u_1=-3 \\ u_2=2 \end{array}\right.$

នោះយើងបាន: $\begin{cases} u_1=-3 \\ t_1=5 \end{cases}$ និង $\begin{cases} u_2=2 \\ t_2=0 \end{cases}$

+ចំពោះ $\begin{cases} u_1=-3 \\ t_1=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-3 \\ xy=5 \end{cases}$ មិនពិត

+ចំពោះ $\begin{cases} u_2=2 \\ t_2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ xy=0 \end{cases} \Rightarrow (x,y)=(0;2),(2;0)$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $(x,y)=(0;2),(2;0)$ ។

លំហាត់ទី១១: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x^3+y^3=1(1) \\ x^4+y^4=1(2) \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x^3+y^3=1(1) \\ x^4+y^4=1(2) \end{cases}$

តាមសមីការ $(2) \Rightarrow x^4 \le 1$ និង $y \le 1 \Rightarrow -1 \le x \le 1; -1 \le y \le 1$

$+$ពេល $x \le 1 \Rightarrow x^3 \le 1$ នោះសមីការ $(1) \Rightarrow y \ge 0$

$+$ពេល $y \le 1 \Rightarrow y^3 \le 1$ នោះសមីការ $(1) \Rightarrow x \ge 0$

នោះយើងបាន: $0 \le x \le 1; 0 \le y \le 1$

តាមសមីការ (1) និង $(2) \Rightarrow x^4+y^4=x^3+y^3 \Rightarrow x^3(1-y)+y^3(1-y)=0(3)$

នោះយើងបាន: $x^3(1-x) \ge 0; y^3(1-y) \ge 0$ នោះតាមសមីការ (3) សមភាព

កាលណា: $\begin{cases} x^3(1-x)=0 \\ y^3(1-y)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \end{array}\right.$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \end{array}\right.$ ។

លំហាត់ទី១២: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x^4+y^4+z^4=xyz \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x^4+y^4+z^4=xyz \end{cases}$ យើងមាន:

$$+\begin{cases} x^4+y^4\geq 2x^2y^2 \\ y^4+z^4\geq 2y^2z^2 \\ z^4+x^4\geq 2z^2x^2 \end{cases}$$

$$x^4+y^4+z^4\geq x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2$$

$$+\begin{cases} x^2y^2+x^2z^2\geq 2x^2yz \\ x^2y^2+y^2z^2\geq 2xy^2z \\ y^2z^2+x^2z^2\geq 2xyz^2 \end{cases}$$

នោះយើងបាន:

$$\Rightarrow 2\left(x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2\right)\geq 2xyz\left(x+y+z\right)=2xyz$$

$$\Rightarrow x^4+y^4+z^4\geq x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2\geq xyz$$

នោះយើងសន្និដ្ឋាន: $x=y=z$ និង $x+y+z=1\Rightarrow x=y=z=\dfrac{1}{3}$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានឫស: $x = y = z = \frac{1}{3}$ ។

លំហាត់ទី១៣: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x+y+z=9 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1 \\ xy+yz+zx=27 \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x+y+z=9 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1 \\ xy+yz+zx=27 \end{cases}$

$$x+y+z=9 \Rightarrow 81=(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$$

$$\Rightarrow 81 = x^2+y^2+z^2+2.27 \Rightarrow x^2+y^2+z^2=27$$

$$\Rightarrow x^2+y^2+z^2 = xy+yz+zx$$

$$\Rightarrow 2x^2+2y^2+2z^2 = 2xy+2yz+2zx$$

$$\Rightarrow (x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=0 \Rightarrow x=y=z$$

នោះ $\begin{cases} x+y+z=9 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1 \\ xy+yz+zx=27 \end{cases} \quad \Rightarrow x=y=z=3$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានរឹស: $x = y = z = 3$ ។

លំហាត់ទី១៤: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} \dfrac{2x^2}{1+x^2} = y\,(1) \\ \dfrac{2y^2}{1+y^2} = z\,(2) \\ \dfrac{2z^2}{1+z^2} = x\,(3) \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} \dfrac{2x^2}{1+x^2} = y\,(1) \\ \dfrac{2y^2}{1+y^2} = z\,(2) \\ \dfrac{2z^2}{1+z^2} = x\,(3) \end{cases}$

+បើ $x = y = z = 0$ នោះសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់នោះយើងបាន $x = y = z = 0$ ជារឹស

+បើ $x, y, z \neq 0$ នោះតាមសមីការ (3) ដើម្បីអោយផ្ទៀងផ្ទាត់លុះត្រាតែ:

$x > 0 \Rightarrow y > 0; z > 0$ ព្រោះ $z^2 > 0 \Rightarrow 1 + z^2 > 0$

នោះតាមសមីការ $(1);(2);(3)$ យើងបាន:

$$\frac{8x^2y^2z^2}{(1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)}=xyz \Leftrightarrow (1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)=8xyz$$

តែដោយ $1+x^2\geq 2x;1+y^2\geq 2y;1+z^2\geq 2z$

$\Rightarrow (1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)\geq 8xyz$ នោះវិសមភាពក្លាយជាសមភាពកាល

ណា: $x=1, y=1, z=1$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $(x;y;z)=(0;0;0;),(1;1;1)$ ។

លំហាត់ទី១៥: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x-\dfrac{1}{y}=1 \\ y-\dfrac{1}{z}=1 \\ z-\dfrac{1}{x}=1 \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ត្រៀមប្រលងសិស្សពូកែទី៩

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x-\frac{1}{y}=1 \\ y-\frac{1}{z}=1 \\ z-\frac{1}{x}=1 \end{cases}$ ប្រព័ន្ធនេះមានន័យកាលណា:

$x, y, z \neq 0$ យើងមាន: $z-\frac{1}{x}=1 \Leftrightarrow z=\frac{1+x}{x}$ នោះគេបាន:

$$y-\frac{x}{x+1}=1 \Rightarrow xy-1=2x-y$$
$$x-\frac{1}{y}=1 \Rightarrow xy-1=y$$

ម្យ៉ាងទៀត: $2x-y=y \Leftrightarrow 2x=2y \Leftrightarrow x=y$ នោះយើងបាន: $x=y=z$

ដោយ $xy-1=y \Leftrightarrow x^2-x-1=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ x_2=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

ដូចនេះប្រព័ន្ធមានចំលើយ: $x=y=z=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ ឬ $x=y=z=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ។

លំហាត់ទី១៦: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=2\,(1) \\ \dfrac{2}{xy}-\dfrac{1}{z^2}=4\,(2) \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=2\,(1) \\ \dfrac{2}{xy}-\dfrac{1}{z^2}=4\,(2) \end{cases}$ តាមសមីការ(1)

នោះគេបាន: $\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)^2=4$ នោះយើងបាន: $\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)^2=\dfrac{2}{xy}-\dfrac{1}{z^2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+\frac{2}{xy}+\frac{2}{yz}+\frac{2}{zx}=\frac{2}{xy}-\frac{1}{z^2}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x^2}+\frac{2}{zx}+\frac{1}{z^2}\right)+\left(\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+\frac{2}{yz}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{z}\right)^2+\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2= \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{x}=-\dfrac{1}{z} \\ \dfrac{1}{y}=-\dfrac{1}{z} \end{array}\right. \Leftrightarrow x=y=-z$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases}$ ។

លំហាត់ទី១៧: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x + y + z + t = 22 \\ xyzt = 648 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{12} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{t} = \frac{5}{18} \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ប្រលងសិស្សពូកែអន្តរជាតិ

ចំលើយ

ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x+y+z+t=22 \\ xyzt=648 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{7}{12} \\ \dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{t}=\dfrac{5}{18} \end{cases}$ ប្រព័ន្ធសមីការនេះមានន័យកាល

ណា: $x,y,z,t\neq 0$ យើងមាន: $(x+y)=\dfrac{7}{12}xy;\ z+t=\dfrac{5}{18}zt$

$$\Rightarrow (x+y)(z+t)=\frac{7}{12}xy.\frac{5}{18}zt=\frac{7}{12}\frac{5}{18}648=105$$

$$\Rightarrow (x+y)+(z+t)=22$$

នោះយើងបាន: $\begin{cases} (x+y)(z+t)=105 \\ (x+y)+(z+t)=22 \end{cases}$ តាមវ្យែតយើងបានសមីការ:

$X^2-22X+105=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} X_1=15 \\ X_2=7 \end{array}\right.$ នោះយើងបានប្រព័ន្ធសមីការ:

ចំពោះ: $\begin{cases} x+y=7 \\ z+t=15 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{7}{12} \\ \dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{t}=\dfrac{5}{18} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=7 \\ xy=12 \\ z+t=15 \\ zt=54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} z=6 \\ t=9 \end{cases} \\ \begin{cases} z=9 \\ t=6 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$

$$\Leftrightarrow (4;3;6;9),(3;4;6;9),(4;3;9;6),(3;4;9;6)$$

ចំពោះ $\begin{cases} x+y=7 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{7}{12} \\ z+t=7 \\ \dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{t}=\dfrac{5}{18} \end{cases}$ មិនអាចមាន ។

ប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $(x;y;z;t)=(4;3;6;9),(3;4;6;9),(4;3;9;6),(3;4;9;6)$

លំហាត់ទី១៨: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ xy+yz+zx=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{y+1}+\dfrac{1}{z+1}=2 \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសរបស់ប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x+y+z=1 \\ xy+yz+zx=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{y+1}+\dfrac{1}{z+1}=2 \end{cases}$

យើងមាន: $1=x+y+z \Rightarrow 1=x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$

$\Rightarrow 1 = x^2 + y^2 + z^2 + 1 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 0$ នោះយើងបាន:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x=y=z=0 \\ \dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{y+1}+\dfrac{1}{z+1}=2 \end{cases}$$ មិនអាចមាន ។

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការគ្មានចំលើយទេ ។

លំហាត់ទី១៩: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x+y+z=6(1) \\ x^2+y^2+z^2=18(2) \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=4(3) \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងសិស្សពូកែទី៩

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x+y+z=6(1) \\ x^2+y^2+z^2=18(2) \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=4(3) \end{cases}$

តាមសមីការ

$(1) \Rightarrow 36 = (x+y+z)^2 \Leftrightarrow 36 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$

$\Leftrightarrow 36 = 18 + 2(xy+yz+zx) \Leftrightarrow xy+yz+zx = 9(4)$

តាមសមីការ

$$(3)\Rightarrow 16=\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}\right)^2 \Leftrightarrow x+y+z+2\left(\sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{zx}\right)=16$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{zx}=5 \Leftrightarrow \left(\sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{zx}\right)^2=25$$

$$\Leftrightarrow xy+yz+zx+2\left(\sqrt{xy^2z}+\sqrt{yz^2x}+\sqrt{zx^2y}\right)=25$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{xyz}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}\right)=8 \Leftrightarrow xyz=4$$

នោះយើងបានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x+y+z=6(1) \\ xy+yz+zx=9(4) \\ xyz=4(5) \end{cases}$

$$(4)\Leftrightarrow xy+yz+zx+x^2=9+x^2 \Leftrightarrow x(x+y+z)=9+x^2$$

តាមសមីការ $\Leftrightarrow 6x+\dfrac{4}{x}=9+x^2 \Leftrightarrow x^3-6x^2+9x-4=0$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2(x-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $(x;y;z)=(1;1;4),(1;4;1);(4;1;1)$ ។

លំហាត់ទី២០: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x_1+x_2+\ldots+x_n=9 \\ \dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}+\ldots.+\dfrac{1}{x_n}=1(2) \end{cases}$$

ដកស្រង់ពីការប្រលងប្រជែងនៅប្រទេសកាណាដា

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x_1+x_2+\ldots+x_n=9 \\ \dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}+\ldots.+\dfrac{1}{x_n}=1(2) \end{cases}$

យើងគុណសមីការទាំងពីរយើងបាន: $(x_1+x_2+\ldots+x_n)\left(\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}+\ldots+\dfrac{1}{x_n}\right)=9$

យើងមាន: $n^2=(1+1+..+1)^2=\left(\sqrt{x_1}.\dfrac{1}{\sqrt{x_1}}+\sqrt{x_2}.\dfrac{1}{\sqrt{x_2}}+\ldots\ldots+\sqrt{x_n}.\dfrac{1}{\sqrt{x_n}}\right)^2\le$

$$\le(x_1+x_2+\ldots+x_n)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots.+\frac{1}{x_n}\right)=9$$

$$\Rightarrow n^2\le 9\Rightarrow n\le 3; n\in IN^*\Rightarrow n=1;2;3$$

+បើ $n=1$ នោះយើងបាន: $\begin{cases} x_1=9 \\ \dfrac{1}{x_1}=1 \end{cases}$ មិនអាចមាន

+បើ $n=2$ នោះយើងបាន: $\begin{cases} x_1+x_2=9 \\ \dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x_1+x_2=9 \\ x_1x_2=9 \end{cases}$ នោះតាមវ្យែតគេ

បានសមីការ:

$$t^2-9t+9=0\Rightarrow(x_1;x_2)=\left(\frac{9-\sqrt{45}}{2};\frac{9+\sqrt{45}}{2}\right);\left(\frac{9+\sqrt{45}}{2};\frac{9-\sqrt{45}}{2}\right)$$

+បើ $n=3$ នោះយើងបាន:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=9\\ \dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}+\dfrac{1}{x_3}=1\end{cases}\Rightarrow(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=9$$

ម្យ៉ាងទៀត: $(x_1+x_2+x_3)\left(\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}+\dfrac{1}{x_3}\right)=$

$$\left[\left(\sqrt{x_1}\right)^2+\left(\sqrt{x_2}\right)^2+\left(\sqrt{x_3}\right)^2\right]\left[\left(\frac{1}{\sqrt{x_1}}\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{x_2}}\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{x_3}}\right)^2\right]\geq(1+1+1)^2=9$$

វិសមភាពក្លាយជាសមភាពកាលណា: $\dfrac{\sqrt{x_1}}{\frac{1}{\sqrt{x_1}}}=\dfrac{\sqrt{x_2}}{\frac{1}{\sqrt{x_2}}}=\dfrac{\sqrt{x_3}}{\frac{1}{\sqrt{x_3}}}\Leftrightarrow x_1=x_2=x_3$

តែ $x_1+x_2+x_3=9\Rightarrow x_1=x_2=x_3=3$ នោះគេបាន: $(x_1;x_2;x_3)=(3;3;3)$

លំហាត់ទី២១: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases}3\sqrt{4x+2y}-5\sqrt{2x-y}=2\\ 7\sqrt{4x+2y}+2\sqrt{2x-y}=32\end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទី៩

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} 3\sqrt{4x+2y}-5\sqrt{2x-y}=2 \\ 7\sqrt{4x+2y}+2\sqrt{2x-y}=32 \end{cases}$

ប្រពន្ធ័សមីការនេះមានន័យកាលណា: $4x+2y\geq 0; 2x-y\geq 0$

យើងតាង: $u=\sqrt{4x+2y}; v=\sqrt{2x-y}$ ដែល $u\geq 0; v\geq 0$ នោះប្រព័ន្ធសមីការទៅជា: $\begin{cases} 3u-5v=2 \\ 7u+2v=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u=4 \\ v=2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4x+2y}=4 \\ \sqrt{2x-y}=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+2y=16 \\ 2x-y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=2 \end{cases}$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធមានចំលើយ: $x=3; y=2$ ។

លំហាត់ទី២២: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} \dfrac{3}{\sqrt{2-\sqrt{x-y}}}+\dfrac{10}{\sqrt{2+\sqrt{x+y}}}=8 \\ \dfrac{4}{\sqrt{2-\sqrt{x-y}}}-\dfrac{5}{\sqrt{2+\sqrt{x+y}}}=\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសរបស់ប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} \dfrac{3}{\sqrt{2-\sqrt{x-y}}}+\dfrac{10}{\sqrt{2+\sqrt{x+y}}}=8 \\ \dfrac{4}{\sqrt{2-\sqrt{x-y}}}-\dfrac{5}{\sqrt{2+\sqrt{x+y}}}=\dfrac{3}{2} \end{cases}$

ប្រព័ន្ធសមីការនេះមានន័យកាលណា:

$$\begin{cases} x-y\ge 0 \\ x+y\ge 0 \\ 2-\sqrt{x-y}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge y \\ x\ge -y \\ x-y<4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y\le x<y+4 \\ x\ge 0 \\ -y\le x<y+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ y>-2 \\ -y\le x<y+4 \end{cases}$$

យើងតាង: $u=\dfrac{1}{\sqrt{2-\sqrt{x-y}}};v=\dfrac{1}{\sqrt{2+\sqrt{x+y}}};v>0;u>0$

នោះប្រព័ន្ធសមីការទៅជា:

$$\begin{cases} 3u+10v=8 \\ 4u-5v=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=1 \\ v=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2-\sqrt{x-y}}=1 \\ \sqrt{2+\sqrt{x+y}}=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2-\sqrt{x-y}=1 \\ 2+\sqrt{x+y}=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-y}=1 \\ \sqrt{x+y}=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5}{2} \\ y=\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $x=\frac{5}{2}; y=\frac{3}{2}$ ។

លំហាត់ទី២៣: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases}4\sqrt{x^2+3x}-5\sqrt{y^2+y-2}=33\\7\sqrt{x^2+3x}-20\sqrt{y^2+y-2}=24\end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសរបស់ប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases}4\sqrt{x^2+3x}-5\sqrt{y^2+y-2}=33\\7\sqrt{x^2+3x}-20\sqrt{y^2+y-2}=24\end{cases}$

ប្រព័ន្ធសមីការនេះមានន័យកាលណា: $\begin{cases}x^2+3x\ge 0\\y^2+y-2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le -3\vee x\ge 0\\y\le -2\vee y\ge 1\end{cases}$

យើងតាង: $u=\sqrt{x^2+3x}; v=\sqrt{y^2+y-2}; u\ge 0; v\ge 0$

នោះប្រព័ន្ធសមីការទៅជា:

$$\begin{cases}4u-5v=33\\7u-20v=24\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=12\\v=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2+3x}=12\\\sqrt{y^2+y-2}=3\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x^2+3x-144=0\\y^2+y-11=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{-3-3\sqrt{65}}{2}\vee x=\dfrac{-3+3\sqrt{65}}{2}\\y=\dfrac{-1-\sqrt{3\sqrt{5}}}{2}\vee y=\dfrac{-1+3\sqrt{5}}{2}\end{cases}$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធមានចំលើយ: $\begin{cases} x=\dfrac{-3-3\sqrt{65}}{2} \vee x=\dfrac{-3+3\sqrt{65}}{2} \\ y=\dfrac{-1-\sqrt{3\sqrt{5}}}{2} \vee y=\dfrac{-1+3\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ ។

ឞឞ📖ឞឞ

លំហាត់ទី២៤: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=3 \\ \sqrt{x+5}+\sqrt{y+3}=5 \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសរបស់ប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=3 \\ \sqrt{x+5}+\sqrt{y+3}=5 \end{cases}$

ប្រពន្ធ័នេះមានន័យកាលណា:

$$\begin{cases} x\geq 0; y\geq 0 \\ \sqrt{3}\leq 3; \sqrt{y}\leq 3 \\ x+5\geq 0; y+3\geq 0 \\ \sqrt{x+5}\leq 5; \sqrt{y+3}\leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\leq x\leq 9 \\ 0\leq y\leq 9 \\ 0\leq x\leq 20 \\ 0\leq y\leq 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\leq x\leq 9 \\ 0\leq y\leq 9 \end{cases}$$

នោះប្រព័ន្ធអាចសរសេរ:

$$\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=3\\ \sqrt{x+5}+\sqrt{y+3}=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x}=3-\sqrt{y}\\ \sqrt{x+5}=5-\sqrt{y+3}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=9+y-6\sqrt{y}\\ x+5=25+y+3-10\sqrt{y+3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=9+y-6\sqrt{y}\\ x=y+23-10\sqrt{y+3}=9+y-6\sqrt{y}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=9+y-6\sqrt{y}\\ 5\sqrt{y+3}-3\sqrt{y}=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=9+y-6\sqrt{y}\\ 25(y+3)+9y-30\sqrt{(y+3)y}=49\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=9+y-6\sqrt{y}\\ 15\sqrt{y^2+3y}=17y+13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=9+y-6\sqrt{y}\\ 225(y^2+3y)=289y^2+442y+169\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=9+y-6\sqrt{y}\\ 64y^2-233y+169=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=9+y-6\sqrt{y}\\ y=1\vee y=\frac{169}{64}\end{cases}$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធមានចំលើយ: $\begin{cases}x=9+y-6\sqrt{y}\\ y=1\vee y=\frac{169}{64}\end{cases}$ ។

លំហាត់ទី២៥: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases}x\sqrt{y}+y\sqrt{x}=6\\ x^2y+y^2x=20\end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសរបស់ប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x\sqrt{y}+y\sqrt{x}=6 \\ x^2y+y^2x=20 \end{cases}$

ប្រព័ន្ធនេះមានន័យកាលណា: $x\geq 0; y\geq 0$ នោះប្រព័ន្ធខាងលើអាចសរសេរ:

$$\begin{cases} \sqrt{xy}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)=6 \\ xy\left(x+y\right)=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{xy}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)=6 \\ xy\left[\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2-2\sqrt{xy}\right]=20 \end{cases}$$

យើងតាង: $s=\sqrt{x}+\sqrt{y}; p=\sqrt{xy}; s\geq 0; p\geq 0$ នោះយើងបាន:

$$\begin{cases} ps=6 \\ p^2\left(s^2-2p\right)=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ps=6 \\ p^2s^2-2p^3=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ps=6 \\ 36-2p^3=20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ps=6 \\ p=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s=3 \\ p=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=3 \\ \sqrt{xy}=2 \end{cases}$$

បើ $\sqrt{x};\sqrt{y}$ ជាឫសនៃសមីការខាងលើនោះតាមវ្យែតគេបាន:

$\Rightarrow t^2-3t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=2 \end{array}\right.$ នោះយើងបាន:

$$\begin{cases} \sqrt{x}=1 \\ \sqrt{y}=2 \end{cases} \vee \begin{cases} \sqrt{x}=2 \\ \sqrt{y}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases} \vee \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$$

ដូចនេះយើងបានប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 4 \end{cases} \vee \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = 1 \end{cases}$ ។

លំហាត់ទី២៥: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 30 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 35 \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសរបស់ប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 30 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 35 \end{cases}$

ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា: $x > 0; y > 0$ នោះប្រព័ន្ធខាងលើគេបាន:

$\begin{cases} \sqrt{xy}\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right) = 30 \\ \left(\sqrt{x}\right)^3 + \left(\sqrt{y}\right)^3 = 35 \end{cases}$ យើងតាង: $S = \sqrt{x} + \sqrt{y}; P = \sqrt{xy};\ S > 0; P > 0$

នោះយើងបាន: $\begin{cases} PS = 30 \\ S^3 - 3PS = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} PS = 30 \\ S^3 = 125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P = 6 \\ S = 5 \end{cases}$

បើ $\sqrt{x}; \sqrt{y}$ ជាឫសនៃប្រព័ន្ធនោះតាមវ្យែតគេបានសមីការ:

$t^2 - 5t + 6 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \\ t = 3 \end{array}\right.$ នោះយើងបាន:

$$\begin{cases}\sqrt{x}=2\\ \sqrt{y}=3\end{cases}\vee\begin{cases}\sqrt{x}=3\\ \sqrt{y}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\ y=9\end{cases}\vee\begin{cases}x=9\\ y=4\end{cases}$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធមានចំលើយ: $\begin{cases}x_1=4\\ y_1=9\end{cases}\vee\begin{cases}x_2=9\\ y_2=4\end{cases}$ ។

លំហាត់ទី២៦: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases}\sqrt{\frac{x+1}{x+y}}+\sqrt{\frac{x+y}{x+1}}=2\\ \sqrt{\frac{x+1}{y+2}}+\sqrt{\frac{y+2}{x+1}}=\frac{3}{2}\end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងនៅប្រទេសអូទ្រីស

ចំលើយ

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases}\sqrt{\frac{x+1}{x+y}}+\sqrt{\frac{x+y}{x+1}}=2\\ \sqrt{\frac{x+1}{y+2}}+\sqrt{\frac{y+2}{x+1}}=\frac{3}{2}\end{cases}$

ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា: $x+y\neq 0; x+1\neq 0; y+2\neq 0$

យើងតាង: $u=\sqrt{\frac{x+1}{x+y}}; v=\sqrt{\frac{x+1}{y+2}}; u>0; v>0$

នោះប្រព័ន្ធសមីការខាងលើទៅជា:

$$\begin{cases} u+\frac{1}{u}=2 \\ v-\frac{1}{v}=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2-2u+1=0 \\ 2v^2-3v-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=1 \\ v=2 \end{cases}$$

នោះយើងបាន: $\begin{cases} \frac{x+1}{x+y}=1 \\ \frac{x+1}{y+2}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=x+y \\ x+1=4(y+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=11 \\ y=1 \end{cases}$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $\begin{cases} x=11 \\ y=1 \end{cases}$ ។

"អ្នកឈ្នះជ័យមិនដែលបោះបង់ អ្នកបោះបង់មិនដែលទទួលបានជោគជ័យ"។

លំហាត់ទី២៦: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} \sqrt{x+y}+\sqrt[3]{x-y}=6 \\ \sqrt[6]{(x+y)^3(x-y)^2}=8 \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសរបស់ប្រទេសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} \sqrt{x+y}+\sqrt[3]{x-y}=6 \\ \sqrt[6]{(x+y)^3(x-y)^2}=8 \end{cases}$

យើងតាង: $u=\sqrt{x+y}=\sqrt[6]{(x+y)^3}\, u\geq 0$

$v=\sqrt[3]{x-y}=\sqrt[6]{(x-y)^2}$ នោះប្រព័ន្ធខាងលើទៅជា:

$\begin{cases}u+v=6\\ uv=8\end{cases}$ បើ $u;v$ ជាឫសនៃប្រព័ន្ធនោះតាមវ្យែតគេបានសមីការ:

$t^2-6t+8=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\ t=4\end{array}\right.$ នោះយើងបាន: $\begin{cases}u=2\\ v=4\end{cases}\vee\begin{cases}u=4\\ v=2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x+y}=2\\ \sqrt[3]{x-y}=4\end{cases}\vee\begin{cases}\sqrt{x+y}=4\\ \sqrt[3]{x-y}=2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=4\\ x-y=64\end{cases}\vee\begin{cases}x+y=16\\ x-y=8\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=34\\ y=-30\end{cases}\vee\begin{cases}x=12\\ y=4\end{cases}$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានចំលើយ: $\begin{cases}x_1=34\\ y_1=-30\end{cases};\begin{cases}x_2=12\\ y_2=4\end{cases}$ ។

លំហាត់ទី២៧: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases}\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=4\\ x+y=28\end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases}\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=4\\ x+y=28\end{cases}$ យើងតាង:

$S=\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y};P=\sqrt[3]{xy}$ នោះប្រព័ន្ធខាងលើទៅជា: $\begin{cases}S=4\\ S\left(S^2-3P\right)=28\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}S=4\\ 16-3P=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}S=4\\ P=4\end{cases}$ បើ $\sqrt[3]{x};\sqrt[3]{y}$ ជាឬសនៃប្រព័ន្ធសមីការនោះតាម

វ្យែតយើងបានសមីការ: $t^2-4t+3=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=3\end{array}\right.$ នោះយើងបាន:

$$\begin{cases}\sqrt[3]{x}=1\\ \sqrt[3]{y}=3\end{cases}\vee\begin{cases}\sqrt[3]{x}=3\\ \sqrt[3]{y}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=27\end{cases}\vee\begin{cases}x=27\\ y=1\end{cases}$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធសមីការមានឬស: $\begin{cases}x_1=1\\ y_1=27\end{cases};\begin{cases}x_2=27\\ y_2=1\end{cases}$ ។

លំហាត់ទី២៨: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases}\ln x+\ln y^2+\ln z^3+\ln t^4=1\\ \ln x^2+\ln y^3+\ln z^4+\ln t=2\\ \ln x^3+\ln y^4+\ln z+\ln t^2=3\\ \ln x^4+\ln y+\ln z^2+\ln t^3=4\end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងនៅប្រទេសអាមេរិក

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} \ln x + \ln y^2 + \ln z^3 + \ln t^4 = 1 \\ \ln x^2 + \ln y^3 + \ln z^4 + \ln t = 2 \\ \ln x^3 + \ln y^4 + \ln z + \ln t^2 = 3 \\ \ln x^4 + \ln y + \ln z^2 + \ln t^3 = 4 \end{cases}$

ប្រព័ន្ធសមីការនេះមានន័យកាលណា: $x > 0; y > 0; z > 0; t > 0$

ប្រព័ន្ធសមីការខាងលើអាចសរសេរ: $\begin{cases} \ln x + 2\ln y + 3\ln z + 4\ln t = 1 \\ 2\ln x + 3\ln y + 4\ln z + \ln t = 2 \\ 3\ln x + 4\ln y + \ln z + 2\ln t = 3 \\ 4\ln x + \ln y + 2\ln z + 3\ln t = 4 \end{cases}$

យើងតាង: $\begin{cases} X = \ln x \\ Y = \ln y \\ Z = \ln z \\ T = \ln t \end{cases}$ នោះយើងបាន: $\begin{cases} X + 2Y + 3Z + 4T = 1 (1) \\ 2X + 3Y + 4Z + T = 2 (2) \\ 3X + 4Y + Z + 2T = 3 (3) \\ 4X + Y + 2Z + 3T = 4 (4) \end{cases}$

យើងបូកសមីការទាំងបួននោះយើងបាន: $X + Y + Z + T = 1$

ពីសមីការ (1) គេបាន: $X + Y + Z + T + Y + 2Z + 3T = 1$

$\Rightarrow Y + 2Y + 3T = 0$

ពីសមីការ (4) នោះយើងបាន: $4X = 4 \Rightarrow X = 1$

ពីសមីការ(2) នោះយើងបាន: $X+Y+Z+T+X+2Y+3Z=2$

$$\Rightarrow X+2Y+3Z=1$$

ពីសមីការ(1) នោះយើងបាន: $1+4T=1\Rightarrow T=0$

ពីសមីការ(3) នោះយើងបាន: $X+Y+Z+T+2X+3Y+T=3$

$$\Rightarrow 2X+3Y+T=2$$

ពីសមីការ(2) នោះគេបាន: $2+4Z=2\Rightarrow Z=0$

ពីសមីការ(4) នោះយើងបាន: $4(1)+Y+2(0)+3(0)=4\Rightarrow Y=0$

នោះយើងបាន: $\begin{cases} X=1 \\ Y=0 \\ Z=0 \\ T=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x=1 \\ \ln y=0 \\ \ln z=0 \\ \ln t=0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=e \\ y=1 \\ z=1 \\ t=1 \end{cases}$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធមានចំលើយ: $\begin{cases} x = e \\ y = 1 \\ z = 1 \\ t = 1 \end{cases}$ ។

លំហាត់ទី២៩: គេអោយ $a > 0; b > 0$ ។ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធ:

$$\begin{cases} a^{\frac{x-y}{2}} - a^{\frac{x-y}{4}} = a^2 - a \quad (1) \\ b^{\frac{x+y}{3}} - b^{\frac{x+y}{6}} = b^2 - b \quad (2) \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងតាង: $t = \sqrt[4]{a^{x-y}} > 0$ នោះយើងបានសមីការ$(1) \Leftrightarrow t^2 - t = a^2 - a$

$\Leftrightarrow (t-a)(t+a-1) \neq 0 \Leftrightarrow t = a \vee t = 1 - a < 0$ មិនយក

នោះសមីការ$(1) \Leftrightarrow t = a \Leftrightarrow \dfrac{x-y}{4} = 1 \Leftrightarrow x - y = 4$

ចំពោះសមីការ$(2) \Leftrightarrow \dfrac{x+y}{6} = 1 \Leftrightarrow x + y = 6$ នោះប្រព័ន្ធក្លាយទៅជា:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធមានចំលើយ: $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$ ។

លំហាត់ទី៣០: រកតំលៃ a ដើម្បីអោយប្រព័ន្ធសមីការ:

$$\begin{cases}(x^2+1)^a+(b^2+1)=2\\ a+bxy+x^2y=1\end{cases}$$

មានរឹស $\forall b\in IR$ ។

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងសិស្សពូកែទី៩

ចំលើយ

+លក្ខខណ្ឌចាំបាច់: ប្រព័ន្ធមានរឹស $\forall b\in IR$ នោះវាមានរឹសពេល $b=0$ នោះ:

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(x^2+1)^a=1\\ a+x^2y=1\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\ a=1\end{array}\right.$$

+លក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់: បើ $a=0\Rightarrow\begin{cases}(b^2+1)^y=1\\ bxy+x^2y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=0\\ bxy+x^2y=1\end{cases}$ គ្មានរឹស

បើ $a=1\Rightarrow\begin{cases}x^2+(b^2+1)^y=1\\ bxy+x^2y=0\end{cases}$ ប្រព័ន្ធមានរឹស $x=y=0\forall x\in IR$

ដូចនេះតំលៃ a ដែលត្រូវរកគឺ: $a=1$ ។

លំហាត់ទី៣១: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} xy = a^{m+n}\ (1) \\ mn\left(\log_y x + \log_x y\right) = m^2 + n^2\ (2) \end{cases}$$ ដែល $a; m; n > 0$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} xy = a^{m+n}\ (1) \\ mn\left(\log_y x + \log_x y\right) = m^2 + n^2\ (2) \end{cases}$

ដើម្បីអោយប្រព័ន្ធសមីការមានន័យលុះត្រា: $x > 0; y > 0$ និង $x \neq 1; y \neq 1$

តាមរូបមន្តប្តូរគោល: $\log_y x = \dfrac{1}{\log_x y}$ នោះសមីការ(2) អាចសរសេរ:

$mn\log^2{}_x y - \left(m^2 + n^2\right)\log_x y + mn = 0\,(3)$ យើងតាង:

$t = \log_x y \Leftrightarrow y = x^t$ នោះសមីការ(3) អាចសរសេរ:

$mnt^2 - \left(m^2 + n^2\right)t + mn = 0$ មាន

$\Delta = \left(m^2 + n^2\right)^2 - 4m^2n^2 = \left(m^2 - n^2\right)^2$ នោះយើងបានឫស:

$$t_1 = \frac{m^2 + n^2 + m^2 - n^2}{2mn} = \frac{2m^2}{2mn} = \frac{m}{n} \Rightarrow y_1 = x^{\frac{m}{n}}$$

$$t_2 = \frac{m^2 + n^2 - m^2 + n^2}{2mn} = \frac{2n^2}{2mn} = \frac{n}{m} \Rightarrow y_2 = x^{\frac{n}{m}}$$

+បើ $y_1 = x^{\frac{m}{n}} \Rightarrow$ សមីការ$(1) \Leftrightarrow x.x^{\frac{m}{n}} = x^{\frac{m+n}{n}} = a^{m+n}$

$$\Leftrightarrow x^{\frac{1}{n}} = a \Rightarrow x = a^n; y = a^m$$

+បើ $y_2 = x^{\frac{n}{m}} \Rightarrow$ សមីការ$(1) \Leftrightarrow x.x^{\frac{n}{m}} = x^{\frac{m+n}{m}} = a^{m+n}$

$$\Leftrightarrow x^{\frac{1}{m}} = a \Rightarrow x = a^m; y = a^n$$

ដូចនេះប្រព័ន្ធមានចំលើយ: $(x;y) = \left(a^n;a^m\right),\left(a^m;a^n\right)$ ។

លំហាត់ទី៣២: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} \log_4\left(x^2+y^2\right) - \log_4(2x) + 1 = \log_4(x+3y) \\ \log_4(xy+1) - \log_4\left(4y^2+2y-2x+4\right) = \log_4\dfrac{x}{y} - 1 \end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីលំហាត់ជ្រើសរើសវៀតណាម

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} \log_4\left(x^2+y^2\right) - \log_4(2x) + 1 = \log_4(x+3y) \\ \log_4(xy+1) - \log_4\left(4y^2+2y-2x+4\right) = \log_4\dfrac{x}{y} - 1 \end{cases}$

ប្រពន្ធ័សមីការនេះមានន័យកាលណា: $\begin{cases} x, y > 0 \\ 4y^2 + 2y - 2x + 4 > 0 \end{cases}$

នោះប្រព័ន្ធខាងលើអាចសរសេរ:

$$\begin{cases} \log_4 \dfrac{x^2+y^2}{2x} + \log_4 4 = \log_4 (x+3y) \\ \log_4 \dfrac{xy-1}{4y^2+2y-2x+4} = \log_4 \dfrac{x}{y} - \log_4 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{4\left(x^2+y^2\right)}{2x} = x+3y \\ \dfrac{xy+1}{4y^2+2y-2x+4} = \dfrac{x}{4y} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 \\ 2x^2-2xy+4y-4x=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)(x-2y)=0 \\ 2(x-y)(x-2)=0 \end{cases}$$

យើងដោះស្រាយប្រព័ន្ធនោះយើងបានប្រព័ន្ធមានចំលើយ:

$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \wedge \begin{cases} x=k \\ y=k \end{cases}$ ដែល $k>0$ ។

" ផ្លូវទៅកាន់ជ័យជំនះ គ្មានទេដានជើងមនុស្សខ្ជិល "។

" ឃើញដប់ មិនស្មើប្រសព្វមួយ "។

លំហាត់ទី៣៣: ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases}\log_2 x+\log_4 y+\log_4 z=2\\ \log_3 y+\log_9 z+\log_9 x=2\\ \log_4 z+\log_{16} x+\log_{16} y=2\end{cases}$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងសិស្សពូកែចិនប្រជាមានិត១៩៨៧

ចំលើយ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases}\log_2 x+\log_4 y+\log_4 z=2\\ \log_3 y+\log_9 z+\log_9 x=2\\ \log_4 z+\log_{16} x+\log_{16} y=2\end{cases}$

ប្រព័ន្ធសមីការនេះមានន័យកាលណា: $x,y,z>0$

យើងមាន: $\log_2 x=\log_{4^{\frac{1}{2}}} x=\log_4 x^2$

$$\log_3 y=\log_{9^{\frac{1}{2}}} y=2\log_9 y=\log_9 y^2$$

$$\log_4 z=\log_{16^{\frac{1}{2}}} z=2\log_{16} z=\log_{16} z^2$$

នោះប្រព័ន្ធសមីការខាងលើក្លាយទៅជា:

$$\begin{cases}\log_4 x^2+\log_4 y+\log_4 z=\log_4 4^2\\ \log_9 y^2+\log_9 z+\log_9 x=\log_9 9^2\\ \log_{16} z^2+\log_{16} x+\log_{16} y=\log_{16} 16^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2yz = 4^2\,(1) \\ y^2zx = 9^2\,(2) \\ z^2xy = 16^2\,(3) \end{cases} \Leftrightarrow x^4y^4z^4 = (4.9.16)^2 = 2^2 3^2 4^2$$

$$\Leftrightarrow xyz = 2.3.4(4)$$

តាមសមីការ (1) និង $(4) \Rightarrow x(2.3.4) = 4^2 \Rightarrow x = \dfrac{2}{3}$

តាមសមីការ (2) និង $(4) \Rightarrow y(2.3.4) = 9^2 \Rightarrow y = \dfrac{27}{8}$

តាមសមីការ (3) និង $(4) \Rightarrow z(2.3.4) = 16^2 \Rightarrow z = \dfrac{32}{3}$

ដូចនេះប្រព័ន្ធខាងលើមានចំលើយ: $\left(x = \dfrac{2}{3}; y = \dfrac{27}{8}; z = \dfrac{32}{3}\right)$ ។

លំហាត់ទី៣៤: គេអោយ:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 6(1) \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12(2) \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 24(3) \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 48(4) \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 96(5) \end{cases}$$

ចូរគណនា: $3x_4 + 2x_5$ ។

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងនៅប្រទេសអាមេរិក

ចំលើយ

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=6(1) \\ x_1+2x_2+x_3+x_4+x_5=12(2) \\ x_1+x_2+2x_3+x_4+x_5=24(3) \\ x_1+x_2+x_3+2x_4+x_5=48(4) \\ x_1+x_2+x_3+x_4+2x_5=96(5) \end{cases}$

យើងបូកអង្គនិងអង្គនៃសមីការ $(1);(2);(3);(4);(5)$ នោះយើងបាន:

$$6x_1+6x_2+6x_3+6x_4+6x_5=186$$
$$\Rightarrow x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=31(6)$$

ដកអង្គនិងអង្គនៃសមីការ:

(4) និង(6) នោះ $x_4=17$

(5) និង(6) នោះ $x_5=65$ នោះយើងបាន:

$3x_4+2x_5=3(17)+2(65)=51+130=181$

ដូចនេះយើងបាន: $3x_4+2x_5=181$ ។

លំហាត់ទី៣៥: គេមានសមីការ: $x^2-2x-5=0$ ។

បើ a ជាឬសវិជ្ជមានមួយនៃសមីការចូរគណនា:

$$\sum = 3+\cfrac{5}{2+\cfrac{5}{2+\cfrac{5}{2+\cfrac{5}{2+\cfrac{5}{2+\cfrac{5}{2+\cfrac{5}{a}}}}}}}$$

ដកស្រង់ចេញពីការប្រលងសិស្សពូកែអន្តរជាតិ

ចំលើយ

យើងមានសមីការ: $x^2-2x-5=0$ បើ $a=1+\sqrt{6}$ ជាឬសនៃសមីការនោះ a ត្រូវតែផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ: $x^2-2x-5=0$ យើងអាចសរសេរ:

$$x^2-2x-5=0 \Leftrightarrow a^2=2a+5 \Leftrightarrow a=2+\frac{5}{a}$$

យើងជំនួសតំលៃ $a=2+\frac{5}{a}$ តាំងពីក្រោមដល់លើនោះយើងបាន:

$$\sum = 3+\frac{5}{a} = 3+\frac{5}{1+\sqrt{6}}$$

$$= 3+\frac{5\left(1-\sqrt{6}\right)}{1-6}$$

$$= 3-\left(1-\sqrt{6}\right)$$

$$= 2+\sqrt{6}$$

ដូចនេះគេបាន: $\sum = 3+\cfrac{5}{2+\cfrac{5}{2+\cfrac{5}{2+\cfrac{5}{2+\cfrac{5}{2+\cfrac{5}{2+\cfrac{5}{a}}}}}}} = 2+\sqrt{6}$ ។

លំហាត់ទី៣៦: ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\cfrac{x}{2+\cfrac{x}{2+\cfrac{x}{2+\cfrac{x}{2+\cfrac{x}{2+\cfrac{x}{1+\sqrt{1+x}}}}}}} = 1$$

ដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រលងសិស្សពូកែអន្តរជាតិ

ចំលើយ

សមីការនេះមានន័យកាលណា: $x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$

យើងពិនិត្យ: $2+\frac{x}{1+\sqrt{1+x}}=\frac{\left(\sqrt{1+x}+1\right)^2}{1+\sqrt{1+x}}=\sqrt{1+x}+1$

នោះយើងអាចសរសេរ: $\frac{x}{1+\sqrt{1+x}}=1$

$\Leftrightarrow \sqrt{1+x}=x-1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ 1+x=x^2-2x+1 \end{cases} \Rightarrow x=0; x=3$

យើងឃើញករណី $x=0$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់ទេ ។

ដូចនេះសមីការមានរឹស: $x=3$ ។

លំហាត់សំរាប់ត្រិះរិះ

១.ចូរសំរួលកន្សោមខាងក្រោម:

$$T=\left[\frac{\sqrt[3]{m^2n}-\sqrt[3]{mn^2}}{\sqrt[3]{m^2}-2\sqrt[3]{mn}+\sqrt[3]{n^2}}-\frac{m+n}{\sqrt[3]{m^2}-\sqrt[3]{n^2}}\right]\left(\frac{1}{\sqrt[6]{m}-\sqrt[6]{n}}+\sqrt[6]{m}\right.$$

ដែល: $m,n>0$ (កូឡុំប៊ី ១៩៩៧)

២.ចូរគណនាតំលៃនៃចំនួនខាងក្រោម:

$$A=\frac{(65533)^3+(65534)^3+(65535)^3+(65536)^3+(65537)^3+(65538)^3+(65539)^3}{32765.32766+32767.32768+32768.32769+32770.32771}$$

(Swedish,1997)

៣.ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$a\frac{9x^8+84x^6+126x^4+36x^2+1}{x^8+36x^6+126x^4+84x^2+9}+x\frac{9a^8+84a^6+126a^4+36a^2+1}{a^8+36a^6+126a^4+84a^2+9}=0$$

(0lympic, 2003)

3. ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$(x+1998)(x+1999)(x+2000)(x+2001)+1=0$$

(អូស្ត្រាលី ១៩៩៨)

4. ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$2\left(x^2+2\right)=5\sqrt{x^3+1}$$

$$2\left(x^2-3x+2\right)=3\sqrt{x^3+8}$$

(Olympic 2001)

5. ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមក្នុង **IN**:

$$\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+............+\frac{1}{x(x+1)}=\frac{2+\sqrt{2-x}}{3+\sqrt{2-x}}$$

(0lympic 2003)

6. ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$x^4+\sqrt{x^2+2007}=2007$$;

$$x=\frac{1}{2}\sqrt[3]{2x^4-4x^2+24x-4}$$

$$\sqrt{2x+15}=32x^2+32x-20$$

(0lympic 1999)

7. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases}\sqrt{1+x_1}+\sqrt{1+x_2}+\ldots+\sqrt{1+x_{2004}}=2004.\sqrt{\dfrac{2005}{2004}}\\ \sqrt{1-x_1}+\sqrt{1-x_2}+\ldots+\sqrt{1-x_{2004}}=2004.\sqrt{\dfrac{2003}{2004}}\end{cases}$$

សិស្សពូកែ១២ ២០០៤

៨. ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមក្នុង **IR**:

$$\sqrt{x^2-8x+816}+\sqrt{x^2+10x+267}=\sqrt{2003}$$

ហុងគ្រី ១៩៨៣

៩. ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$x^2-2\sqrt{x-1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-x+\frac{2}{x}}=1 \qquad (x\neq 0)$$ (

សិស្សពូកែ១២ ២០០៧)

១០. ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមក្នុង**IR**:

$$x=1-2006\left(1-2006x^2\right)^2$$ (អូទ្រីស ១៩៩២)

$$2x^8-9x^7+20x^6-33x^5+46x^4-66x^3+80x^2-72x+32=0$$

11. ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\frac{1}{2}\left[8-\frac{x}{3}-2\left(\frac{x}{2}+5\right)\right]-\left[6-\frac{3x}{2}+3(x-5)\right]+5=0$$

$$\frac{9x}{20m}+\frac{x}{20}-1=\frac{x(m+9)}{20}-m$$

សិស្សពូកែ ៩ ២00៥

១២. ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\frac{1-ax}{1+ax}\sqrt{\frac{1+bx}{1-bx}}=1 \quad (a,b>0)$$

សិស្សពូកែ ១២

១៣. រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន x និង y ដែលជាឫសនៃសមីការ:

$$\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{2007}$$

អង់គ្លេស ១៩៩0

១៤. ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$\left|\left|\left|\left|\left|x^2-x-1\right|-2\right|-3\right|-4\right|-5\right|=x^2+x-30$$

Swedish 1982

15. ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$(x+2)^4+x^4=2$$,

$$6x^4-5x^3-38x^2-5x+6=0$$

Canada 1892

16. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធ:

$$\begin{cases}\sqrt{3+2x^2y-x^4y^2}+x^4\left(1-2x^2\right)=y^4\\ 1+\sqrt{1+(x-y)^2}=x^3\left(x^3-x+2y^2\right)\end{cases}$$

(VN. 1953)

17. រកគ្រប់រឹសគត់វិជ្ជមានៈ

$$5x + 7y = 50$$

ប៉ូឡូញ ១៩៩០

១៨. រកគ្រប់រឹសគត់សនិទានៈ

$$2x^2 + 2xy + y^2 = 25$$

ន័រវេស ១៩៥៣

២០. ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមៈ

$$\frac{x-9}{1994}+\frac{x-7}{1996}+\frac{x-5}{1998}+\frac{x-3}{2000}=\frac{x-1994}{9}+\frac{x-1996}{7}+\frac{x-1998}{5}+\frac{x-2000}{3}$$

អង់គ្លេស ១៩៧៨

២១. $3x\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)+(4x+2)\left(\sqrt{x^2+x+1}\right)=0$

២២.ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមៈ

$$\sqrt{x^2+(x+1)}+\sqrt{x^2+(x+2)}=\sqrt{2}\left(\sqrt{2x^2+3x+1}\right)$$

២៣.$\sqrt{\dfrac{\sqrt{x^2+4356}+x}{x}}-\sqrt{x\sqrt{x^2+4356}-x}=5$

២៤.$2\sqrt[n]{(1+x)^2}+3\sqrt[n]{1-x^2}+\sqrt[n]{(1-x)^2}=0$

២៥.$\dfrac{1}{3x}+\dfrac{1}{9}=\sqrt{\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{x}\sqrt{\dfrac{4}{9}+\dfrac{2}{x^2}}}$

២៦. $\sqrt[3]{\frac{1}{2}x^3 + x + 1} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2}x^3 + x - 1} = \sqrt[3]{ax}$

២៧. $\sqrt{1+\sqrt{2x-x^2}} + \sqrt{1-\sqrt{2x-x^2}} = 2(x-1)^4(2x^2-4x+1)$

ចប់ដោយបរិបូណ៌

សូមអរគុណ!

សេចក្តីជូនដំណឹង

សូមរងចាំអាននូវវិញ្ញាសាជ្រើសរើសសិស្សពូកែសុទ្ធ ដែលក្នុងនោះមានសុទ្ធតែលំហាត់ល្អៗសំរាប់ៈ

១. ប្រលងនៅតាមកំរងធូនៅ

២. ប្រលងនៅតាមបណ្តាខេត្តនិងក្រុងផ្សេងៗ

៣. ប្រលងសិស្សពូកែថ្នាក់ជាតិ

៤. ប្រលងអាហារូបករណ៍នៅបរទេស

៥. ប្រលងសិស្សពូកែអន្តរជាតិ និង ជាពិសេសសំរាប់សំនូមពរដល់បណ្តាសិស្សានុសិស្សជាច្រើនដែលមានបំនងចង់ដឹងពីការប្រលងផ្សេងៗនៅឯបរទេសយើងខ្ញុំនិងមានចេញផ្សាយនូវវិញ្ញាសាប្រលងគណិតវិទ្យាអន្តរជាតិ

ដែលក្នុងនោះផ្តោតលើការបកប្រែសៀវភៅរបស់លោកបណ្ឌិត Vladimir Jankovic ស្តីពី A Collection of Problems Suggested for the International Mathematical Olympiads: 1954-2004 ដែលលើកយកមកប្រលងជុំវិញពិភពលោក ។

ដូចនេះសូមមិត្តអ្នកអាន មេត្តារងចាំអានសៀវភៅនាំងនេះជាបន្តទៀត។

សូមអរគុណ!

សេចក្តីជូនដំណឹង

ដំណឹងល្អសំរាប់សិស្សានុសិស្សដែលពិបាកក្នុងការរៀនគណិត ហើយមានបំនងចង់ក្លាយជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា នោះយើងខ្ញុំមានទទួលបង្រៀនគួរដល់ផ្ទះ ដែលផ្តោតលើៈ

១. ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានថ្នាក់ទី១០-១១-១២

២. វិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងមធ្យមសិក្សានុតិយភូមិ

៣. វិញ្ញាសាត្រៀមប្រលងសិស្សពូកែ ។

សូមទំនាក់ទំនងទូរសព្ទ័ៈ ០៨៩ ៥៨៤ ១៣០

សូមអរគុណ!